فصلنامه آموزش مهندسی ایران، سال شانزدهم، شماره ۶۲، تابستان۱۳۹۳، صص. ۳۰-۱

افقهای نو در مهندسی کنترل

محمد جواد یزدان پناه [۱]، ابوالفضل یغمایی [۲]، حامد آگاهی [۳]، غزل منتصری [۴]، سیدسپهرالدین طباطبایی [۵] و آلاله وفایی [۶]

چکیده: علم کنترل یکی از لایه‌های پنهان کیفیت و کارایی محصولات دنیای فناوری و دستاوردهای عالم مهندسی است. اگر بتوان گفت که مهندسی استفاده از ریاضیات در جهان واقع است، آن‌گاه کنترل یکی از پلهای ارتباط بین دنیای مهندسی و عالم ریاضیات خواهد بود. هر اندازه استفاده از علم کنترل در زمینه‌های مختلف کاربردی گسترش یابد، نیاز به ابزارها و روشهای جدید از ریاضیات افزایش می‌یابد. اگر بخواهیم افقی برای مهندسی کنترل ترسیم کنیم، هم باید به کاربردهای جدید در زمان حال و کاربردهای متصور در آینده توجه کنیم و هم به ابزارهای ریاضی برای حل مسائل حال و آینده. در این مقاله پس از معرفی برخی از کاربردهای جدید در حوزه مهندسی کنترل، چند مسئله با تأمل بیشتری بررسی شده‌اند:

- مسئله ناحیه جذب در سیستم‌های دینامیکی غیرخطی علی‌رغم سابقه زیاد همچنان دارای چالشهای زیاد نظری و کاربردهای فراوان عملی است و ابزارهای مختلفی برای حل آن به‌کار گرفته شده است. برخی تقریبهای کارا برای حل این مسئله به اختصار بررسی شده است.
- مدلهای بیولوژیکی از دیدگاه سیستم دینامیکی خصوصیاتی دارند که آنها را از مدلهای مرسوم در نظریه کنترل متمایز می‌کند. با استفاده از نظریه سیستم‌های یکنوا می‌توان رفتار یک سیستم پیچیده را با توجه به مشخصه کیفی اتصالات مؤلفه‌های سیستم به همراه مقدار اندکی اطلاعات کمّی تحلیل کرد. توصیف بسیاری از پدیده‌های بیولوژیکی از کاربردهای این دسته از سیستم‌هاست.
- نوسانگرهای نرونی به‌منظور تولید اطلاعات زیستی و تولید فعالیتهای منظم و ریتم‌دار نیاز به همزمان‌شدن دارند. در مقابل، گاهی همزمان شدن می‌تواند نقش مخربی داشته باشد. در بیماریهایی مانند پارکینسون راهبرد درمانی مبتنی بر فرو نشاندن همزمانی نامطلوب است. در دیدگاه مهندسی، کنترل‌کننده فعالیت جمعیت نورون را به عنوان ورودی می‌گیرد و فرمان کنترلی مناسب را برای ناهمزمانی تولید می‌کند. در نهایت، این فرمان به جمعیت نرونها اعمال می‌شود.
- دانش کنترل می‌تواند برای درمان اختلالات مرتبط با روحیه و رفتار انسان مد نظر قرار گیرد. در خصوص بررسی مدلهای دینامیکی توصیف کننده روحیات انسان مدلهای تعمیم‌یافته مبتنی بر حسابان مرتبه ناصحیح عملکرد بهتری برای مطالعه سامانمند روحیات انسان دارد. این تعمیم به نوعی مدلسازی حافظه را امکان پذیر می‌سازد. با استفاده از روشهای کنترل بهینه برای سیستم‌های دینامیکی مرتبه ناصحیح می‌توان الگویی برای درمان ارائه کرد.

واژه‌های کلیدی: ناحیه جذب، سیستم‌های یکنوا، ناهمزمان‌سازی نوسانگرها، حسابان مرتبه ناصحیح، دینامیک روحیات انسان.

---

۱. استاد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تهران، تهران، ایران. Yazdan@ut.ac.ir
۲. دانشجوی دکتری مهندسی برق، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، پردیس فنی دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران. yaghmaei@ut.ac.ir
۳. دانشجوی دکتری مهندسی برق، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، پردیس فنی دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران. hamed_agahi@ut.ac.ir
۴. دانشجوی دکتری مهندسی برق، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، پردیس فنی دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران. montaseri@ut.ac.ir
۵. دانشجوی دکتری مهندسی برق، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، پردیس فنی دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران. s.tabatabaei@ut.ac.ir
۶. دانشجوی دکتری مهندسی برق، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، پردیس فنی دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران. vafaei@ut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۳/۱۲)
(پذیرش مقاله: ۲/۷ /۱۳۹۳)

۱. مقدمه

علم کنترل با پیشینه غنی ریاضی کاربرد وسیعی در شاخه‌های گوناگون علوم و مهندسی داشته است. روشها، الگوریتمها و ابزارهایی که محققان کنترل مطرح کرده‌اند، سالیان متمادی مورد استفاده نسلهای متوالی از مهندسان قرار گرفته است تا بتوانند به وسیله آنها بار عظیمی از مشکلات کاربردی جامعه را حل کنند. مفاهیم کنترل در طراحی و توسعه هواپیماهایی با کارایی بالا، اتومبیلهایی با مصرف سوخت پایین، فرایندهای صنعتی، تلفنهای هوشمند، کاوشگرهای فضایی، شبکه‌های مخابراتی و بسیاری دیگر از کاربردها در بخشهای مختلف صنعت سرنوشت ساز بوده‌اند. در این موارد و سایر سیستم‌های پیچیده مهندسی، نظریه کنترل و ابزارهای فنی آن برای رسیدن به عملکردی قابل اطمینان، مؤثر و مقرون به صرفه به‌طور گسترده استفاده می‌شوند. چند نمونه از کاربردهای موفقیت‌آمیز کنترل به شرح زیر است[۱]:

- تلفنهای سیار برای تنظیم میلیاردها حلقه پس‌خور در سرتاسر جهان متکی به کنترل هستند؛
- به کمک ترمزهای ضد قفل و کنترل لغزندگی و پایداری[1]، امنیت خودروها با فناوری کنترل دگرگون شده است؛
- اختراع کنترل مکانیکی برای تعلیق خودرو به پیروزی در رقابتهای فرمول یک در اولین مرتبه به‌کارگیری آن منجر شد؛
- کنترل پیشرفته در حال حاضر به‌طور گسترده در دستگاههایی مانند چاپگر و فتوکپی استفاده می‌شود؛
- سیستم‌های اجتناب از برخورد[2] به خوبی در مدیریت ترافیک هوایی به‌کار گرفته شده‌اند و مبتنی بر الگوریتمهای کنترل و تخمین هستند؛
- فناوری کنترل و بهینه‌سازی به‌کارگیری شده در راه‌آهن مصرف سوخت را دهها هزار گالن در هر سال در هر لوکوموتیو کاهش می‌دهد؛
- ماشینهای تولید کاغذ کاغذی را تولید می‌کنند که ضخامت آن در حد میکرون کنترل می‌شود، روی رولهایی از کاغذ که اغلب ۴۰ کیلومتر طول دارند؛
- صدها فرایند تولید اتیلن با روشهای کنترل پیش‌بینی مدل[3] بهینه‌سازی می‌شوند که به افزایش چشمگیر تولید سالانه در هر فرایند منجر شده است؛

---

1. Stability and Traction Control
2. Collision Avoidance Systems
3. Model Predictive Control

- عملیات انبارداری به‌طور خودکار به‌وسیله صدها ربات سیار کنترل می‌شود.

آکادمی ملی مهندسی در ایالات متحده ۱۴ چالش بزرگ را در خصوص حوزه‌های انرژی، محیط زیست، حمل و نقل و بهداشت تعیین کرده است[۲]. کمیسیون اروپایی تحقیق و توسعه و نوآوری نیز بر اهداف مشابهی تمرکز کرده‌اند[۳ و ۴]. تحولات جدیدی در سطوح نظری، الگوریتمها، روشها و ابزارهای کنترل نیاز است تا بتوان به نحو مناسبی با چالشهای پیش رو مواجه شد. از این رو، جامعه کنترل به‌طور فزاینده درگیر پروژه‌های گروهی می‌شود که مرتبط با مفاهیم و موضوعات نوظهوری است، همچون سیستم‌های سایبر-فیزیکی[1]، سیستم‌های سیستم‌ها[2] و کاربرد این زمینه‌های تحقیقاتی در شبکه‌های حمل و نقل، دستگاههای پزشکی، حفاظت از انرژی و بهره‌وری، انرژیهای تجدیدپذیر و شبکه‌های هوشمند قدرت.

در این مقاله تعدادی از افقهای تحقیقاتی پیش رو در مهندسی کنترل معرفی شده است. پر واضح است که موارد متعدد دیگری نیز می‌توان عنوان کرد که در این نوشتار مجال پرداختن به آنها نیست.

۲. ناحیه جذب و کاربردهای آن

از تفاوتهای ابتدایی میان سیستم‌های خطی و سیستم‌های غیر خطی موضوع پایداری محلی است. در سیستم‌های خطی اگر نقطه تعادل سیستم پایدار باشد، به ازای همه شرایط اولیه سیستم پاسخ پایدار خواهد بود و اگر ناپایدار باشد، به ازای همه شرایط اولیه پاسخ سیستم این ویژگی را خواهد داشت. اما در سیستم‌های غیر خطی مفهوم دیگری یا به عبارتی بهتر، پدیده دیگری به چشم می‌خورد که آن عبارت از پایداری محلی است. در این حالت هرچند که نقطه تعادل سیستم پایدار است، ولی صرفاً به‌ازای بعضی از شرایط اولیه سیستم، پاسخ سیستم به نقطه تعادل همگرا می‌شود و به ازای برخی دیگر از شرایط اولیه پاسخ سیستم واگرا خواهد شد. در اینجا اولین سؤالی که پیش می‌آید این است که به ازای کدام شرایط اولیه سیستم پایدار خواهد بود. سؤالی ساده که پاسخ گفتن به آن اگر ناممکن نباشد، بسیار دشوار است و گواه این مدعا تلاشهای دامنه‌داری است که در این زمینه انجام شده است. عنوانهایی از قبیل ناحیه جذب، منطقه جذب، بستر جذب، ناحیه پایداری و ... همگی به این موضوع اشاره دارند.

مناسب است ابتدا به بخشی از کاربردهای این مسئله نگاهی گذرا داشته باشیم. هر سیستم دینامیکی غیر خطی که مفاهیم پایداری در آن موضوعیت داشته باشد، می‌تواند با این مسئله مرتبط

---

1. Cyber-physical Systems
2. Systems of Systems

شود. در یک نگاه کلی، از اطلاعات ناحیه جذب در تحلیل سیستم‌های دینامیکی و طراحی کنترلرهای غیرخطی استفاده می‌شود. در ادامه چند نمونه به‌عنوان مثالهایی از کاربردهای این مسئله ذکر شده است.

یکی از کاربردهای متداول مسئله ناحیه جذب شبکه‌های عصبی دینامیکی هستند. دینامیک این نوع شبکه‌ها می‌تواند زمان پیوسته یا زمان گسسته باشد. یکی از این نوع شبکه‌ها حافظه‌های بازگشتی هستند. در این نوع حافظه‌ها الگوهای مختلفی ذخیره می‌شوند. زمانی که در ورودی این نوع شبکه‌ها قسمتی از الگو یا تغییر یافته آن را قرار می‌دهند، شبکه پس از روند دینامیکی خود به الگوی کامل و صحیح همگرا می‌شود. این الگو می‌تواند تصویر، صوت، اطلاعات متنی و ... باشد. الگوی ناقص ورودی شبکه در واقع، شرایط اولیه سیستم دینامیکی و الگوی کامل نقطه تعادل سیستم دینامیکی است. برای هر الگوی کامل (یا نقطه تعادل) تعدادی الگوی ناقص (یا شرایط اولیه) وجود دارد که به نقطه تعادل منجر می‌شود. دانستن این شرایط اولیه (الگوهای ناقص) برای هر نقطه تعادل (الگوی کامل) متناظر با حل مسئله ناحیه جذب است. این نوع شبکه‌ها سیستم‌هایی دینامیکی با تعداد زیادی نقطه تعادل هستند. در بسیاری از کاربردها دانستن نواحی جذب هر کدام از نقاط تعادل برای کاربرد نهایی لازم است[۵ و ۶].

از کاربردهای جالب و جذاب این مسئله و به‌طورکلی، ادبیات کنترلی پدیده‌های زیستی هستند. پدیده‌های زیستی که قابلیت بیان و مدلسازی به‌وسیله ادبیات سیستم‌های دینامیکی را دارند، یکی از شاخه‌های رو به رشد و پر طرفدار و به‌روز در این حوزه‌اند. به چند کاربرد از این حوزه که مسئله ناحیه جذب در آنها موضوعیت دارد، اشاره شده است.

- رشد درخت

رشد درخت به‌وسیله یک سیستم دینامیکی مرتبه ۳ مدل شده است[۷]. متغیرهای حالت این سیستم توده برگها، اندازه ریشه‌های درخت و زیست توده‌های چوبی درخت هستند. پارامترهای این سیستم را مسائلی از قبیل آلودگی هوا، آب، زمین، خاک و... تعیین می‌کنند. این سیستم سه حالت رفتاری دارد که یکی از آنها نشان‌دهنده رشد فزاینده درخت، دیگری توقف رشد و سومی نشان‌دهنده زوال درخت است. دانستن محدوده‌هایی که به این سه حالت همگرا می‌شوند، برای تعیین سلامت درخت لازم است.

- مدل طناب کشی برای حمل و نقل سلولی

حمل و نقل مواد و اندامکها در محیط سلولی و درون سلولی به‌وسیله تعدادی موتور زیستی انجام می‌شود. این موتورها به جسم مورد نظر که باید انتقال یابد، می‌چسبند و بسته به جهت اعمال نیروی موتورها، به دو دسته مثبت و منفی تقسیم می‌شوند. برایند حرکت موتورها

موجب انتقال جسم مورد نظر درون محیط سلولی می‌شود. این سیستم دینامیکی دارای ۲ یا ۳ نقطه تعادل پایدار است. این نقاط تعادل در واقع، مقصد حرکت درون سلولی هستند. دانستن ناحیه‌هایی که به این نقاط تعادل پایدار همگرا می‌شوند، معادل با یافتن ناحیه جذب است[۸].

- درمان سرطان

آنچه در درمان سرطان مؤثر است، رقابت بین سلولهای ایمن و سلولهای سرطانی است. بر اساس مدل دینامیکی‌ای که برای این سیستم در نظر می‌گیرند، حجم توده سلولهای ایمنی و سلولهای سرطانی به نقطه تعادل خاصی همگرا می‌شود. اگر در این نقطه حجم سلولهای سرطانی کم باشد، مشکلی وجود ندارد؛ ولی اگر این سیستم دینامیکی به نقطه‌ای همگرا شود که در آن حجم توده سلولهای سرطانی بالا باشد، در این صورت بیماری سرطان اتفاق می‌افتد. نیازی به ذکر نیست که دانستن شرایطی که به بیماری سرطان یا سلامت منجر می‌شود، تا چه اندازه حایز اهمیت است[۹].

سیستم‌های رباتیکی به علت داشتن دینامیک‌های غیرخطی و نیاز به عملکرد بالا از پایه‌های ثابت کاربرد ادبیات کنترل غیرخطی هستند. مسئله ناحیه جذب نیز از این قاعده مستثنا نیست. یکی از این موارد رباتهای دو چرخ خودنگه‌دار است[۱۰]. این وسیله که با نام تجاری سگوی شناخته می‌شود، بر پایه مثال کلاسیک کنترل غیرخطی؛ یعنی آونگ معکوس طراحی شده است. در این‌گونه وسایل زوایای انحرافی که از طرفین برای کنترل کننده قابل تحمل است، محدود است. یکی از مزایای مهم و ضروری کنترل کننده‌های این وسایل بزرگ بودن ناحیه پایداری آنهاست.

مثال دیگر در این زمینه رباتهای قدم زن پسیو است[۱۱] . برای صرفه‌جویی در مصرف انرژی مدتی است که پژوهش در باره رباتهای دوپا که دارای دینامیک پسیو هستند، شروع شده است. بدین منظور، گام برداشتن دراین گونه رباتها به طی کردن یک چرخه حدی پایدار در مسیر فاز تبدیل می‌شود. شرایط اولیه‌ای که به این چرخه حدی پایدار منتهی می‌شوند، شرایطی هستند که وقتی ربات در آنها قرار بگیرد، می‌تواند حرکت پایدار داشته باشد و برای بررسی عملکرد آن دارای اهمیت هستند.

البته، کاربرد مسئله ناحیه جذب در مسائل رباتیکی به این مثالها محدود نمی‌شود. موارد متعددی از رباتهای چرخ‌دار[۱۲] تا بازوهای انعطاف‌پذیر[۱۳] در ادبیات وجود دارند که به نوعی با مسئله ناحیه جذب مرتبط‌اند.

یکی از مثالهای معروف برای معرفی مسئله ناحیه جذب در بسیاری از مراجع[۱۴] نیروگاههای توان است. مسئله ناحیه جذب در این خصوص را می‌توان این‌گونه بیان کرد که سیستم در حال کار

است و در نقطه تعادل مورد نظر قرار دارد. تحت این شرایط خطایی اتفاق می‌افتد یا اغتشاشی وارد می‌شود. این اتفاق می‌تواند اتصال کوتاه یا هر چیز دیگری باشد. در این حالت سیستم غیرخطی روی مسیری خاص از این نقطه تعادل پایدار دور می‌شود. حال بعد از مدتی خطا رفع می‌شود. سؤالی که مطرح می‌شود این است که آیا سیستم در این حالت می‌تواند به نقطه کار خود برگردد یا نیاز به راه‌اندازی مجدد دارد؟ پاسخ این سؤال به این نکته برمی‌گردد که آیا حالتهای سیستم هنگام رفع خطا داخل ناحیه جذب نقطه تعادل سیستم قرار دارند یا خیر. در نیروگاههای توان، با توجه به دینامیک سیستم و مسیری که سیستم هنگام وقوع خطا طی می‌کند، حداکثر را زمانی که می‌تواند خطا حضور داشته باشد و از ناحیه جذب نقطه تعادل مورد نظر خارج نشود، محاسبه می‌کنند. به این زمان، زمان اصلاح بحرانی[1] می‌گویند. این زمان فرصتی است که اپراتورها می‌توانند خطا را رفع کنند، بدون اینکه سیستم نیاز به راه‌اندازی مجدد داشته باشد.

یک کاربرد عمومی برای این مسئله بررسی سیستم‌های غیرخطی تحت کنترل است. در بسیاری از موارد هنگامی که کنترل کننده بر اساس نیازهای عملکردی طراحی شد، باید بررسی شود که ناحیه پایداری چه اندازه است. بزرگ بودن ناحیه جذب یکی از مزایای رقابتی کنترل کننده‌هاست. یکی از حالتهای خاص از این کاربرد عمومی بررسی سیستم‌های خطی تحت کنترل است، هنگامی که پدیده اشباع – از نظر عملکردی ـ در یک یا چند قسمت سیستم موجود باشد[۱۵]. همچنین، این مسئله برای کنترلرهای پیش‌بین نیز بررسی می‌شود.

کاربردهای دیگر این مسئله طراحی کنترل کننده بر اساس ناحیه جذب است. در نظر گرفتن این مسئله حین طراحی یا طراحی برای این موضوع که ناحیه جذب را گسترش دهیم، مزایای خاص خود را دارد. شایان ذکر است که طراحی بر اساس ناحیه جذب نسبت به دیگر کاربردهای موجود حجم کمتری از ادبیات کنترل را به خود اختصاص داده است.

در این قسمت به اجمال مسئله و راهی برای تخمین آن بیان می‌شود[۱۴]. معادلات سیستم را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\dot{x} = f(x)$$

همچنین، فرض کنید که $f : D \to \mathbb{R}^n$ یک نگاشت به‌طور محلی لیپشیتز از $D \subset \mathbb{R}^n$ به روی $\mathbb{R}^n$ است که در آن $D \subset \mathbb{R}^n$ ناحیه‌ای است که مبدأ را در بر گرفته است. برای سیستم یادشده نقطه تعادل $x = 0$ را یک نقطه تعادل:

- پایدار می‌نامیم، اگر:

---

1. Critical Clearance Time

$$\forall \grave{o} > 0,\quad \exists \delta = \delta(\varepsilon)\quad \text{s.t.}\quad x(0) < \delta \Rightarrow \forall t \geq 0, x(t) < \varepsilon$$

- پایدار مجانبی می‌نامیم، اگر پایدار باشد و بتوان δ را به نحوی انتخاب کرد که:

$$x(0) < \delta \Rightarrow \lim_{t\to\infty} x(t) = 0$$

حال فرض کنید که $\phi(t;x)$ جواب سیستم مذکور با حالت اولیه x در زمان $t = 0$ باشد؛ ناحیه جذب مبدأ بدین صورت تعریف می‌شود:

$$R_A = \{x \in D \mid \phi(t;x) \text{ is defined } \forall t \geq 0 \text{ and } \phi(t;x) \to 0 \text{ as } t \to \infty\}$$

قضیه‌ای که در مرجع ۱۶ ارائه شده است، بیان می‌کند که اگر تابع f در سیستم مذکور تحلیلی حقیقی باشد و قسمت حقیقی مقادیر ویژه ماتریس خطی شده سیستم منفی باشند، آن‌گاه ناحیه جذب سیستم یادشده بر ناحیه طبیعی تحلیلی بودن تابع تحلیلی حقیقی V که با رابطه زیر تعیین می‌شود، منطبق است:

$$\langle \nabla V(x), f(x) \rangle = -x^2,\ V(0) = 0$$

تابع V روی $R_A - \{0\}$ به صورت اکید مثبت است و با نزدیک شدن به مرز ناحیه جذب داریم $V(x) \to \infty$. همچنین، V یکتاست. به این تابع یکتای تحلیلی حقیقی V تابع لیاپانوف بهینه[1] می‌گویند.

نقطه شروع روشی که در اینجا به اختصار برای تخمین ناحیه جذب مطرح می‌شود، قضیه مذکور است. همان‌طور که بیان شد، این قضیه ناحیه جذب را به ناحیه تحلیلی بودن یک تابع ارتباط می‌دهد. تابع مورد نظر به‌صورت مشخص در دسترس نیست، بلکه جواب یک معادله با مشتقات جزئی است. حل این معادله حتی برای بعد پایین اگر ناممکن نباشد، بسیار سخت است. با توجه به آنچه گفته شد، روی آوردن به حل تقریبی برای این معادله منطقی است.

یکی از موارد ملموس برای غیر تحلیلی شدن یک تابع، صفر شدن مخرج در توابع کسری است. یکی از ساده‌ترین مثالهای از این دست تابعی کسری با صورت و مخرج چند جمله‌ای است و در نقاطی که مخرج صفر می‌شود، تابع مورد نظر تحلیلی نیست. نیازی به توضیح نیست که مفهوم تحلیلی بودن فراتر از این مثال است. در هرصورت، این مثال انگیزه‌ای است برای اینکه تابع لیاپانوف

---

1. Optimal Lyapunov Function

را در معادله PDE مذکور با یک تابع کسری تقریب بزنیم. یکی دیگر از ویژگیهایی که انگیزه برای این تقریب را افزایش می‌دهد، این است که با نزدیک شدن به مرز ناحیه جذب یا به عبارتی، به مرز ناحیه تحلیلی بودن مقدار تابع لیاپانوف به‌صورت نامحدود افزایش پیدا می‌کند. در توابع کسری نیز با نزدیک شدن به ریشه‌های مخرج در صورتی که صورت کسر کوچک نشود، مقدار تابع به‌صورت نامحدود افزایش می‌یابد.

یکی از ساده‌ترین و متداول‌ترین روشهای موجود در ادبیات برای تقریب کسری روش معروف پاده است. روش پاده برای تقریب تابع در حالت یک متغیره سابقه‌ای طولانی و نیز کاربردهای زیادی دارد. همچنین، برای این تقریب در حالت یک متغیره ادبیات نسبتاً زیادی برای مسائل همگرایی وجود دارد.

از ویژگیهای مهم و ارزشمند روش تقریب پاده و گسترش یافته‌های آن و روشی که در اینجا مطرح شده، این است که ضرایب تقریب از روی بسط سری تیلور حول مبدأ به‌دست می‌آیند. این ویژگی از این نظر مهم است که می‌توان ضرایب سری تیلور تابع لیاپانوف بهینه حول مبدأ را بدون حل کردن معادله [از خود معادله] به‌دست آوریم. ذکر یک نکته در اینجا ضروری است، توجه شود که معمولاً در روشهای تقریبی، تقریب تابع با تقریبی که از معادله به‌دست می‌آید با هم متفاوت‌اند[۱]. اما برای تقریب تیلور یا به عبارتی، به‌دست آوردن ضرایب بسط تیلور حول مبدأ این ویژگی وجود دارد که بتوان از روی معادله مقادیر دقیق ضرایب سری تیلور تابع را به‌دست آورد. توضیح بیشتر در بخش بعدی بیان شده است.

فرض می‌کنیم که ضرایب سری تیلور تابع لیاپانوف بهینه را داریم؛ یعنی تابع مورد نظر در حالت چند متغیره را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$V(x)=\sum_{|\boldsymbol{i}|=0}^{\infty} c_{\boldsymbol{i}} x^{\boldsymbol{i}}, \quad V:\mathrm{R}^n \to \mathrm{R}, \quad \boldsymbol{i}\in\Lambda(n), \quad x\in\mathrm{R}^n$$

همچنین، تقریب را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\hat{V}(\boldsymbol{x})=\frac{\sum_{|\boldsymbol{i}|=0}^{m_a} a_{\boldsymbol{i}} x^{\boldsymbol{i}}}{\sum_{|\boldsymbol{i}|=0}^{m_b} b_{\boldsymbol{i}} x^{\boldsymbol{i}}}$$

---

۱. این موضوع حتی در تقریب تیلور نیز وجود دارد. مثلاً برای معادله مورد بحث در نقطه‌ای غیر از صفر این موضوع صدق می‌کند.

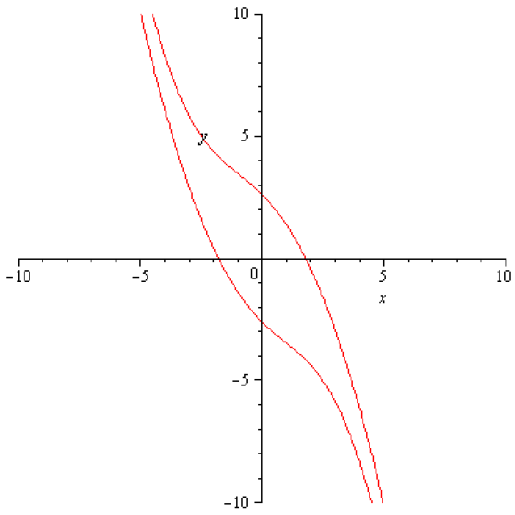
برای آنکه تقریب یکتا باشد $b_0 = 0$ قرار می‌دهیم. حال عبارت زیر را تشکیل می‌دهیم:

$$V(x)\sum_{|i|=0}^{m_b} b_i x^i - \sum_{|i|=0}^{m_a} a_i x^i = 0$$

با فاکتورگیری از توانهای یکسان چندجمله‌ای چندمتغیره مذکور تعداد مناسبی معادله برای تعیین ضرایب یادشده به‌دست می‌آید. تفاوت اصلی حالت یک متغیره با حالتهای چند متغیره در نحوه انتخاب این معادلات است. طبق روشی که جزئیات آن در مرجع ۱۸ آمده است، می‌توان معادلات را به‌صورتی انتخاب کرد که باقی‌مانده کمتری تولید کند. بنابراین، با استفاده از این روش یک تقریب کسری از تابع لیاپانوف بهینه داریم که صفرهای مخرج تقریب، تقریبی از مرز ناحیه جذب است. برای مثال، سیستم نمونه زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 + \frac{1}{3}x_1^3 \end{cases} \quad (۱)$$

با تقریب تابع لیاپانوف بهینه برای سیستم یادشده با $m_b = 28$ و $m_a = 6$ تخمین زیر برای ناحیه جذب به‌دست می‌آید. تخمین در شکل زیر به مرز اصلی بسیار نزدیک است، به نحوی که تفاوت‌شان در شکل ۱ مشخص نیست.



شکل۱: تخمین ناحیه جذب برای سیستم (۱)

۳. رویکرد سیستم‌های یکنوا در کنترل سیستم‌های بیولوژیکی

۳. ۱. یکنوایی[1] و سیستم‌های بیولوژیکی

امروزه، ما در میانه راه انقلاب توسعه علوم بیولوژیکی قرار داریم. هر روز کشفهای جدیدی در این زمینه ارائه می‌شود که امیدها را برای درک بهتر هستی تقویت می‌کند. این پیشرفتها از افزایش طول عمر تا بهبود بیماریها را در بر داشته است. همزمان با این پیشرفتها، دانشمندان علوم بیولوژی به این نتیجه رسیده‌اند که برای توصیف و تحلیل دقیق‌تر فرایندهای بیولوژیکی باید به مدلهای بیولوژیکی از دیدگاه نظریه سیستم‌ها نگاه کنند. بنابراین، شاخه جدید "بیولوژی سیستمی"[2] با هدف مفهوم سامان بخشیدن به این فرایندهای دینامیکی، کنترل حلقه بسته[3] و روشهای تحلیل سیگنالهای حیاتی ایجاد شد. مدلهای بیولوژیکی از دیدگاه سیستم دینامیکی[4] خصوصیاتی دارند که آنها را از مدلهای سنتی که بر اساس ساختار کلاسیک شکل گرفته و در نظریه کنترل مرسوم است، متمایز می‌کند.

---

1. Monotonicity
2. System Biology
3. Closed-Loop
4. Dynamical Systems

این خصوصیات عبارت‌اند از:

- این سیستم‌ها تعداد متغیرهای زیادی دارند؛ برای مدلهای واقعی ساده این تعداد ممکن است که از مرتبه ده‌ها متغیر و برای مدلهای پیچیده که همه پروتئین‌ها، ژنها و انواع مولکولهای RNA را شامل می‌شود تا صدها متغیر و بیشتر را در بر بگیرد. این خصوصیت به تنهایی سبب می‌شود که این سیستم‌ها، حتی وقتی که شکل توابع مشخص است و پارامترها ثابت هستند، از نظر تحلیل به شدت پیچیده باشند.
- به‌رغم تمام پیچیدگیها، این سیستم‌ها دینامیک ساده‌ای دارند و عموم پاسخها به‌صورت فراگیر[1] به سمت یک یا چندین مجموعه حدی[2] جذب می‌شود. چنین رفتارهای پایدار به‌طور واقعی در طبیعت رخ می‌دهند. بنابراین، این مدلها می‌توانند رفتارهای واقعی را به صورت قابل اعتمادی نشان دهند.
- خصوصیت سوم که در اغلب سیستم‌های بیولوژیکی دیده می‌شود، این است که اثر مستقیم یک متغیر در مدل بر متغیر دیگر عموماً به‌صورت یکنواخت بازدارندگی[3] یا یکنواخت تقویت‌کنندگی[4] است. بنابراین، اگر پروتئین A در محدوده تقویت‌کنندگی ژن B قرار گیرد، آن‌گاه پروتئین A سرعت تغییرات ژن B را افزایش می‌دهد.

شناخته‌شده‌ترین روش برای مدل کردن چنین سیستم‌های پیچیده بیولوژیکی بررسی این سیستم‌های ابعاد وسیع بر اساس شبکه‌های کوچک‌تر است. روش شبیه‌سازی در کنار تحلیل پدیده انشعاب[5] و روشهای کاهش مرتبه مدل[6] عموماً برای بررسی سیستم در فضای حالت مبتنی بر شرایط اولیه و پارامترها به‌کار گرفته می‌شوند. ضعف عمده این روشها آن است که تقریباً ناممکن است که بتوان فرم دینامیک سیستم و به‌خصوص غیرخطیها را به‌صورت آزمایشگاهی تأیید کرد. حتی اگر این امر نیز ممکن باشد، تخمین دقیق ضرایب و پارامترها در شرایط واقعی عملکرد بسیار مشکل و تقریباً ناممکن است، زیرا آنزیمها و سایر غلظتهای شیمیایی در سلولهای مختلف متفاوت هستند. علاوه بر نیاز به آزمایشهای بسیار برای تعیین فضای حالت این سیستم‌های ابعاد وسیع، الگوریتمهای ریاضی

---

1. Globally
2. Limit Sets
3. Consistently Inhibitory
4. Consistently Promoting
5. Bifurcation
6. Model Order Reduction Methods

نیز نمی‌توانند نتایج دقیق را به‌دلیل مشکلاتی همچون همگرایی محلی و فراگیر و خطاهای عددی تولید کنند و بنابراین، ابزارهای کارآمدتری باید به‌کار گرفته شوند.

بنابراین، جست و جو برای نظریه‌هایی که همه پدیده‌های سیستم‌های بیولوژیکی را در نظر بگیرد، آغاز شد. محدوده سیستم‌های دینامیکی غیرخطی برای این هدف بسیار وسیع است، اما این امید وجود دارد که برای مطالعه سیستم‌های ابعاد وسیع، ابتدا بتوان آنها را به چندین زیرسیستم تفکیک کرد که هر یک دارای خصوصیات کیفی ریاضی [با اندکی خصوصیات کمّی] باشند و بتوان رفتار کل سیستم را از روی مجموع رفتار تک‌تک زیرسیستم‌ها به‌دست آورد. این روش تفکیک و اتصال مجدد همواره در مسائل کنترل مورد توجه بوده است. یک کلاس سیستم‌های دینامیکی با عنوان 'سیستم‌های یکنوا'[1] برای مطالعه رفتار اتصالات توالی و فیدبک در مراجع ۱۹ و ۲۰ معرفی شده است.

سیستم‌های یکنوا[۱۹ و ۲۶] یکی از مهم‌ترین کلاسهای سیستم‌های دینامیکی در مدلهای بیولوژیکی ریاضیاتی را تشکیل می‌دهند. سیستم‌های یکنوا سیستم‌هایی هستند که یک ترتیب[2] را بر روی مسیرهای[3] خود حفظ می‌کنند؛ بدین مفهوم که برای یک سیستم یکنوا اگر اندازه شرایط اولیه حالتها در وضعیت (الف) بزرگ‌تر از اندازه شرایط اولیه در وضعیت (ب) باشد، آن‌گاه برای تمام زمانهای پیش رو اندازه پاسخ ناشی از شرایط اولیه (الف) بزرگ‌تر از پاسخ ناشی از شرایط اولیه (ب) خواهد بود. یکنوایی [به‌صورت مترادف، یکنوا بودن]، یک شرط قوی روی یک سیستم دینامیکی است و اطلاعات زیادی در باره پایداری می‌دهد که مهم‌ترین دلیل برای مطالعه گسترده سیستم‌های یکنوا محسوب می‌شود: "تقریباً همه پاسخها دارای رفتار مجانبی هستند و به مجموعه نقاط تعادل همگرا می‌شوند؛ رفتارهای نوسانی جاذب[4] و آشوبناک[5] روی نمی‌دهد و رفتار سیستم در قبال اغتشاشات[6] قابل پیش‌بینی است". همچنین، بررسی خصوصیات پایداری سیستم به اطلاع از جزئیات معادلات دینامیکی سیستم و حتی مقادیر پارامترها نیازی ندارد و در نتیجه، تحلیل سیستم نسبت به برخی تغییرات مقاوم است. در حوزه کاربردی حتی اگر برخی از سیستم‌ها ذاتاً یکنوا نباشند، برای دسته‌ای از آنها می‌توان ابزارهای تحلیل سیستم‌های یکنوا را به‌کار برد. نظریه سیستم‌های یکنوا در علوم گوناگون نفوذ کرده است، از جمله می‌توان به بیولوژی ملکولی و شیمیایی[۲۲، ۲۴ و ۲۷]، بوم‌شناسی[7][۱۹] و اقتصاد[۲۳] اشاره کرد.

---

1. Monotone Systems
2. Order
3. Trajectories
4. Attractive Periodic Orbits
5. Chaotic Orbits
6. Disturbances
7. Ecology

نظریه سیستم‌های یکنوا اجازه می‌دهد که رفتار یک سیستم پیچیده را با توجه به مشخصه کیفی اتصالات مؤلفه‌های سیستم به همراه مقدار اندکی اطلاعات کمّی تحلیل کرد. این اطلاعات کمّی را می‌توان از پاسخ حالت دایم[1] سیستم به ورودیهای ثابت [برای مثال، نمودارهای پاسخ بیمار به دوزهای مختلف دارو در فرایند درمان یک بیماری] به‌دست آورد[۲۰، ۲۱ و ۲۳]. از این رو، برای دستیابی به برخی نتایج پایداری و همگرایی خاص، فرم دقیق دینامیک سیستم یا مقادیر دقیق پارامترها ـ که اغلب باید از طریق فرایندهای پیچیده شناسایی سیستم[2] به‌دست آید - مورد نیاز نیست. خصوصیات ذاتی سیستم‌های یکنوا سبب می‌شود که نتایج به‌دست آمده از این نظریه در کاربردهای واقعی بیشتر از بسیاری از روشهای متداول در نظریه کنترل قابل اعتماد باشد.

یک خصوصیت مهم سیستم‌های یکنوا توانایی تحلیل سیستم‌های پیچیده بر اساس رفتار زیرسیستم‌های یکنواست. زیرسیستم‌های یکنوا به‌عنوان مؤلفه‌های تشکیل‌دهنده شبکه‌های بزرگ خصوصیات قابل توجهی دارند، زیرا رفتار دینامیکی مقاوم و قابل پیش‌بینی نسبت به اغتشاشات دارند. با تفکیک شبکه‌ها به زیرسیستم‌های یکنوا و تحلیل اتصالات این زیرسیستم‌ها می‌توان اطلاعات مفیدی را از نظریه کنترل به‌دست آورد. امکان‌پذیری تفکیک یک سیستم به تعدادی زیرسیستم یکنوا کاملاً با این خصوصیت ارتباط دارد که سیستم اصلی تا چه اندازه به خصوصیت یکنوا بودن نزدیک است. شواهدی وجود دارد که رفتار شبکه‌های بیولوژیکی به سیستم‌های یکنوا بسیار نزدیک است[۲۸]. همچنین، برای تحلیل یک سیستم دینامیکی نظریه سیستم‌های یکنوا اجازه می‌دهد که نمودار انشعاب را به‌طور دقیق و بدون نیاز به اطلاع از توابع و مقدار دقیق پارامترها و فقط با استفاده از رفتار استاتیک ورودی به خروجی تعیین کرد. این روش را می‌توان به نوعی کاهش مرتبه سیستم در نظر گرفت.

۳. ۲. رویکرد کنترلی برای سیستم‌های یکنوا

تاکنون سیستم‌های یکنوا اغلب از زاویه تحلیل ویژگیهای یک سیستم خودگردان بررسی شده‌اند؛ به‌عبارت دیگر، حوزه تحقیق در این زمینه فقط به تحلیل و بررسی سیستم‌های خودگردان محدود بوده و بحث طراحی و کنترل مهجور مانده است. طراحی کنترل‌کننده با هدف برآوردن برخی اهداف کنترل مانند تضمین پایداری مجانبی فراگیر[3] تحت قیود[4] ورودی و حالت برای سیستم‌های غیرخطی ابعاد وسیع با دینامیک و پارامترهای ناشناخته بسیار چالش‌برانگیز است. هر یک از ویژگیها و

1. Steady-State Responses
2. System Identification
3. Global Asymptotic Stability
4. Constraints

خواسته‌های مذکور به تنهایی مسئله‌ای بسیار دشوار برای مهندس کنترل محسوب می‌شود، به‌خصوص که عموم سیستم‌های بیولوژیکی این خصوصیات را دارند. برای بسیاری از این‌چنین مدلها روشهای تحلیل سنتی مانند "اصل تغییر"[1] یا "تابع لیاپانوف کنترل" (CLF)[2] قابل اعمال نیست.

در مقابل، خصوصیات ارزشمند نظریه سیستم‌های یکنوا این پتانسیل را دارد که برخی کنترل‌کننده‌های خوش‌ساختار را ـ که به سادگی طراحی می‌شوند ـ برای چنین شرایطی پیشنهاد دهد. در این پژوهش توسعه نظریه سیستم‌های یکنوا از حوزه تحلیل صرف سیستم‌های خودگردان به بحث طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های دارای ورودی ـ خروجی مد نظر قرار گرفته است. در این خصوص، می‌توان نشان داد که برای سیستم‌های یکنوا ـ حتی با دینامیک مرتبه بالا، مدل نامشخص و در حضور قیود روی ورودی و حالتها ـ که شرایط مشخصی را ایجاد می‌کنند، با اتکا به برخی روشهای ساده هندسی می‌توان به نحوی یک کنترل‌کننده پیشنهاد داد که سیستم حلقه بسته حاصل دارای یک نقطه تعادل جاذب فراگیر باشد؛ علاوه بر این، پایداری سیستم تحت قیود حفظ شود و کارایی کاهش نیابد. بنابراین، می‌توان به اهدافی همچون تنظیم در نقطه قرار[3] و ردیابی[4] سیگنالهای مرجع تکه‌ای ثابت[5] دست یافت. رویکرد کنترل پیشنهادی به‌سادگی قابل اجراست و هزینه محاسباتی آن بسیار اندک خواهد بود. همچنین، استاتیک بودن قانون کنترل سبب می‌شود که درجه دینامیکی سیستم حلقه بسته نسبت به سیستم اصلی افزایش نیابد و پیچیدگی سیستم بیشتر نشود. طراحی این کنترل‌کننده انعطاف بسیار زیادی خواهد داشت. مهم‌ترین مزیت رویکرد کنترل سیستم‌های یکنوا این است که نتایج دینامیکی ارزشمند [مانند پایداری و همگرایی فراگیر] فقط به کمک اطلاعات کیفی و کمّی نسبتاً اندک از سیستم ـ که از آزمایشهای کلینیکی نه چندان پیچیده حاصل می‌شوند ـ به‌دست می‌آید؛ از این رو، این روش نسبت به عدم قطعیت و تغییرات محدود مقادیر پارامترها مقاوم است.

برای بررسی کاربردپذیری[6] و کارایی[7] روشهای کنترل مبتنی بر نظریه سیستم‌های یکنوا به شبیه‌سازی مسئله درمان یک تومور سرطانی پرداخته شده است. در این پژوهش یک مدل رشد تومور سرطانی در یک بافت بیمار بررسی شده است. در مدل مورد نظر جمعیت سلولهای مختلف به‌عنوان گونه‌های مؤثر و نیز تأثیر سلولهای ایمنی و داروی شیمی‌درمانی در نظر گرفته شده است. علاوه بر

---

1. Variational Principles
2. Control Lyapunov Functions
3. Set-Point Regulation
4. Tracking
5. Piece-Wise Constant Reference Signals
6. Applicability
7. Effectiveness

آن، برخی عوامل مهم مانند پدیده Jeff یا نهفتگی تومور در مدل لحاظ شده است. پس از انتخاب مدل، ارائه یک برنامه درمانی که بتواند روند مناسبی را برای کاهش تعداد سلولهای سرطانی پیشنهاد کند و در عین حال، کمترین صدمه را به بدن بیمار وارد آورد، از جمله مسائل مطرح در حوزه مهندسی کنترل است. در این خصوص، در نظر داشتن محدودیتهای بیولوژیکی مختلف اهمیت خاصی دارد، از جمله می‌توان به لزوم محدود بودن دوز داروی تزریقی و حفظ جمعیت سلولهای سالم یک بافت اشاره کرد. برای دستیابی به این خواسته که بیمار سلامت خود را باز یابد، هدف درمان (کنترل) تنظیم رفتار بلند مدت پاسخ سیستم در حالت تعادل سالم به روش برنامه تزریق محدود دارو (کنترل ورودی ـ مقید) بر مبنای رویکرد کنترل سیستم‌های یکنواست. بدین دلیل که رویکرد کنترل پیشنهادی به مدل دینامیکی سیستم متکی نیست و اطلاعات لازم مستقیماً از آزمایش سیستم فیزیکی به‌دست می‌آید، روش کنترل به تعداد متغیرهای حالت، فرم توابع غیرخطی و مقادیر پارامترها وابسته نیست. همچنین، این رویکرد یک "فرم بسته" برای کنترل‌کننده پیشنهاد می‌شود که می‌تواند اهداف کنترل را برآورده کند و پیاده‌سازی و مقبولیت عملی نتایج به‌دست آمده نسبت به سایر روشها بیشتر است، زیرا طراحی آن مستقیماً بر اساس اطلاعات کیفی و کمّی کلینیکی به‌دست می‌آید.

۴. طراحی کنترل‌کننده ناهمزمان‌ساز برای درمان برخی بیماریهای نرونی

همزمان‌شدن یکی از جالب‌ترین الگوهایی است که در سیستم‌های متشکل از اجزای دینامیکی مثل جمعیت نوسانگرهای کوپل‌شده (تزویجی) مشاهده می‌شود. به زبان ساده، همزمان‌شدن چیزی نیست بجز "تنظیم ریتمِ اشیایِ در حال نوسانی که به‌هم کوپل‌شده‌اند[۲۹]. " این پدیده را برای اولین بار در قرن هفدهم میلادی دانشمندی هلندی به‌نام Christiaan Huygens کشف کرد[۲۹]. هنگامی که Huygens به علت بیماری در بستر استراحت می‌کرد، متوجه حرکت همزمان پاندولهای دو ساعتی شد که به دیوار آویزان شده بودند.

یکی از معروف‌ترین مثالهایی که در ادبیات مسئله همزمان‌شدن وجود دارد، چشمک زدن همزمان کرمهای شب‌تاب است. برای مثالهای دیگر می‌توان به جیرجیر کردن همزمان جیرجیرکها، همزمان‌شدن دیپلهای الکتریکی در اتصال جوزفسون[1] برای تولید میدان همسان، لیزرها، همزمان‌شدن جمعیت نوسانگرهای الکتریکی، آتش کردن همزمان سلولهای ضربان‌ساز قلب[2][۳۰]، همزمان‌شدن جمعیت نوسانگرهای نورونی به‌منظور تولید اطلاعات زیستی و تولید فعالیتهای منظم و ریتم‌دار اشاره کرد[۳۱]. این مثالها حاکی از نقش سازنده پدیده همزمان‌شدن است، اما گاهی همزمان‌شدن می‌تواند

1. Josephson
2. Cardiac Pacemaker Cells

نقش مخرب داشته باشد. مثلاً حرکت نوسانی چپ و راست پل میلنیوم[1] لندن که درست پس از افتتاح پل با حرکت پیاده‌ها بر روی آن حاصل شد و علت آن حرکت همزمان پیاده‌ها بود[۳۰]. این پل بلافاصله بسته و پس از دو سال دوباره بازگشایی شد. این بار با به‌کارگیری یک سری از میراگرها، میرایی مد نوسانی پل افزایش داده شده بود. برای مثال دیگر می‌توان همزمان‌شدن غیرطبیعی [یا بیش از حد[2]] جمعیت نورونها را نام برد که نقش کلیدی در بروز بیماریهای پارکینسون، صرع و لرزشهای اساسی دارد و در چنین بیماریهایی منظور از درمان (در اینجا کنترل) بیماری به‌کارگیری استراتژی درمانی (طراحی کنترل‌کننده‌ای) است که بتواند وضعیت همزمانی نامطلوب ایجاد شده را فرو بنشاند یا از بین ببرد تا بدین‌ترتیب، وضعیت را به حالتی برگرداند که به فعالیت طبیعی نورونها نزدیک باشد.

درمان استاندارد و موفقی که برای بیماریهایی از جمله پارکینسون و صرع وجود دارد، تحریک عمقی مغز[3] (DBS) است[۳۲]. البته، این درمان زمانی استفاده می‌شود که هیچ درمان دیگری جواب ندهد؛ در این روش درمانی بالینی طی یک عمل جراحی تعدادی میکروالکترود در مغز (در هسته زیرتالاموسی[4]) کاشته می‌شود. این میکروالکترودها به مولدی که روی قفسه سینه قرار دارد، وصل می‌شوند (مطابق شکل ۲-۱). هنگامی که مولد روشن می‌شود، پالسهای الکتریکیِ ولتاژ پایینی را با فرکانس بیشتر از 100Hz (حدود 100 تا 120Hz) به‌صورت پیوسته به مغز ارسال می‌کنند. علی‌رغم عملکرد موفق DBS، هنوز مکانیزم تأثیر پالسها بر تغییر آتش کردنِ غیرطبیعی نورونها مشخص نیست. علاوه بر این، DBS محدودیتها و اثرهای جانبی هم دارد که عبارت‌اند از:

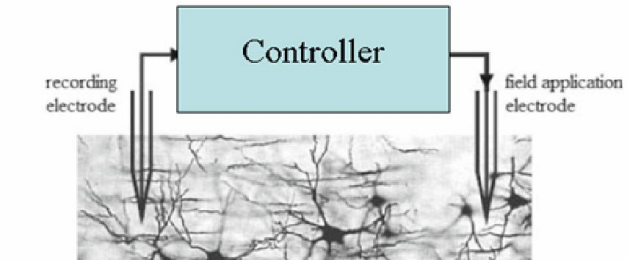
- بعد از عمل جراحی پارامترهای دستگاه باید با سعی و خطا تنظیم شوند و این فرایندی است که هفته‌ها و گاهی ماهها به‌طول می‌انجامد؛
- با گذشت زمان، DBS کارایی اولیه خود را از دست می‌دهد و باید دوباره تنظیم شود[۳۳]؛
- از جمله اثرهای جانبی DBS می‌توان به نارسایی عضوی[5]، ناهماهنگی حرکت مخچه‌ای[6]، کاهش حافظه و ... اشاره کرد[۳۴]؛
- ۱۱ تا ۱۵٪ از بیماران مبتلا به پارکینسون از عملکرد DBS راضی نیستند؛
- به علت تحریک دایمی در این روش، مصرف انرژی بالاست و باتری به‌کار رفته باید با انجام دادن عمل جراحی مجدد بعد از یک تا سه سال مجدداً شارژ شود [۳۵]؛

---

1. Millenium
2. Excessive
3. Deep Brain Stimulation (DBS)
4. Subthalamic Nucleus
5. Dysarthria
6. Cerebellar Ataxia

- تأثیر دایمی این تحریک بر بافت مغز نقش مخربی دارد.

با توجه به تمام این محدودیتها و اثرهای جانبی، نیاز به ارائه روشهایی مؤثرتر با معایب کمتر همواره احساس می‌شده است. از این رو، روشهای مختلفی با هدف نهایی جایگزین شدن به جای DBS استاندارد معرفی شده است. شکل ۲ شمای کلی مکانیزم عملکردی کنترل‌کننده ناهمزمان‌ساز را نشان می‌دهد. کنترل‌کننده، فعالیت جمعیت نورونی را به‌عنوان ورودی می‌گیرد و فرمان کنترلی مناسب را برای ناهمزمانی تولید می‌کند. در نهایت، این فرمان به جمعیت نورونها اعمال می‌شود. مستقل از ساختار کنترل‌کننده، سه ویژگی مهم زیر برای کنترل‌کننده می‌توان برشمرد:



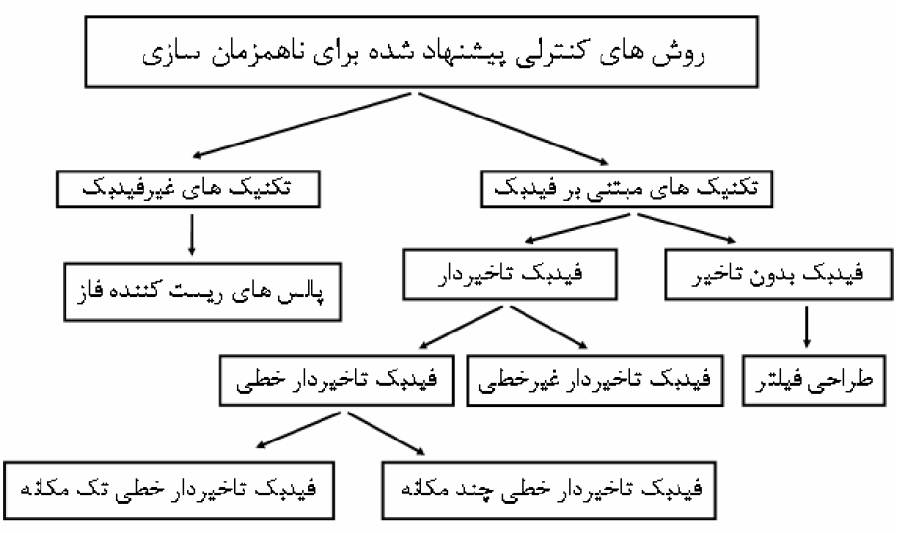
شکل ۲: شمای کلی نحوه عملکرد کنترل‌کننده بر جمعیت نوسانگرهای نورونی

الف. کنترل‌کننده وضعیت نامطلوب همزمان‌شدن را بدون تغییر ماهوی در رفتار تک نوسانگرها بر هم بزند. این ویژگی بدان معناست که مثلاً کنترل‌کننده نباید باعث خاموش شدن نوسانگرها شود.

ب. فرونشاندن حالت نامطلوب همزمان‌شدن و حفظ آن با صرف کمترین مقدار انرژی صورت گیرد.

پ. کنترل‌کننده باید رفتار کنترلی مناسب را بر اساس سیگنال میدان متوسط که رفتار میانگین نوسانگرها را تقریب می‌زند، تولید کند.

در نمودار ۱ روشهای کنترلی پیشنهاد شده برای ناهمزمان‌سازی معرفی شده است.



نمودار ۱: طبقه‌بندی روشهای کنترلی پیشنهاد شده برای ناهمزمان‌سازی

به‌طورکلی، روشهای کنترلی مطرح شده برای ناهمزمانی را می‌توان به دو دسته روشهای کنترلی غیرفیدبک[۳۶ و ۴۳] و روشهای کنترلی مبتنی بر فیدبک[۳۰، ۳۳، ۳۴، ۳۵ و۵۲] تقسیم کرد. ابزار اصلی در روشهای غیرفیدبک پالسهای ریست‌کننده فاز است. در روشهای کنترلی مبتنی بر فیدبک کنترل‌کننده با استفاده از فیدبکی که از جمعیت نوسانگرها می‌گیرد، فرمان کنترلی مناسب را تولید می‌کند. روشهای مبتنی بر فیدبک به دو دسته فیدبک تأخیردار و فیدبک بدون تأخیر تقسیم می‌شوند، ایده اصلی در روشهای فیدبک بدون تأخیر طراحی فیلتر است. روشهای فیدبک تأخیردار بر حسب آنکه خروجی کنترل‌کننده تابعی خطی یا غیرخطی از ورودی آن باشد، به‌ترتیب فیدبک تأخیردار خطی و فیدبک تأخیردار غیرخطی نامیده می‌شوند. همچنین، می‌توان روش فیدبک تأخیردار خطی را بر حسب آنکه نوسانگرهای جمعیت سیگنالهای تحریک با میزان تأخیر یکسان یا متفاوتی را احساس کنند، به دو دسته فیدبک تأخیردار خطیِ تک‌مکانه یا چندمکانه تقسیم کرد. در روش فیدبک تأخیردار خطی کنترل‌کننده به نحوی عمل می‌کند که به‌ازای برخی پارامترها در فضای پارامتری سیستم و کنترل‌کننده ناهمزمانی ایجاد می‌شود، ولی خارج از این ناحیه کنترل‌کننده نه‌تنها باعث ناهمزمانی نمی‌شود، بلکه به همزمانی کمک می‌کند. پس عیب عمده روش فیدبک تأخیردار خطی مقاوم نبودن در برابر تغییرات پارامترهاست و این یک نقص به حساب می‌آید. این نقص در روش فیدبک تأخیردار غیرخطی تا حدودی رفع شده است. در این رویکرد با تغییر پارامترها از مقدار نامی اگرچه کنترل کننده عملکرد مؤثر خود را از دست می‌دهد، اما هیچ وقت باعث تشدید همزمانی

نمی‌شود. این ویژگی در روشهای فیدبک بدون تأخیر هم دیده می‌شود. مزیتی که روشهای فیدبک بدون تأخیر نسبت به روش فیدبک تأخیردار دارد، این است که عدم حضور تأخیر در ساختار کنترل‌کننده از ناپایداری‌ای که ممکن است به علت تأخیر در سیستم به‌وجود آید، جلوگیری می‌کند.

با توجه به محدودیتهای روشهای کنترلی ناهمزمان‌ساز معرفی شده، ما بر آن شدیم تا با به‌کارگیری ابزارهای قدرتمند کنترلی، کنترل‌کننده‌ای کارا را پیشنهاد دهیم. ابزاری را که بدین منظور به‌کار بردیم، ابزار تنظیم خروجی غیرخطی[1] است. مسئله تنظیم خروجی غیرخطی عبارت است از: طراحی کنترل‌کننده‌ای که بتواند خروجی سیستم را وادار کند یک کلاس از سیگنالهای مرجع را دنبال یا یک کلاس از اغتشاشات را حذف کند. در این رویکرد ما ابتدا مسئله ناهمزمانی را در قالب یک مسئله تنظیم خروجی غیرخطی تعریف کردیم و سپس، با بهره‌گیری از ابزار کنترلی مذکور رگولاتور ناهمزمان‌ساز را طراحی کردیم. در نهایت، با آنالیزهای ریاضی انجام شده به بررسی کنترل‌کننده پیشنهاد شده برای تأمین شرایط ۱-۳ که قبلاً برشمرده شد، پرداختیم.

۵. کنترل بهینه سیستم‌های دینامیکی ناهم‌مرتبه و مرتبه متغیر کسری؛ کاربرد در سیستم‌های مدل کننده روحیات انسان

دینامیک حاکم بر شادی انسان

«شادی» را حالتی از ذهن یا احساس فرد تعریف کرده‌اند که به‌صورت احساس رضایت، لذت، خرسندی، شوق و علاقه در فرد بروز پیدا می‌کند[۵۳]. اخیراً سعی شده است تا شادی را به‌صورت یک فرایند دینامیکی، متغیر با زمان، متأثر از محیط و شرایط و ویژگیهای هر فرد بررسی کنند. از نخستین بررسیهایی که در این زمینه انجام شد، مقاله اسپرات در سال ۲۰۰۵ بود که در نهایت، وی معادله دیفرانسیلی به‌صورت رابطه ۱ را بدین منظور ارائه کرد. او مدل خود را با ورودیهایی که مدل کننده رویدادهای دنیای خارجی بود، آزمود[۵۴].

در رابطه ۲، R مبین انتگرال شادی فرد، α,β پارامترهای شخصیتی و F ورودی است که می‌تواند تحریک خارجی یا اثر شیمیایی ورودی داخلی‌ای مثل دارو باشد. پس از آن لی‌سانگ در سال ۲۰۱۰ این مدل را به‌صورت مرتبه کسری تعمیم داد. مدل پیشنهادی لی‌سانگ به‌صورت رابطه ۳ بود. در این مدل سه متغیر حالته می‌توان مشتق مرتبه کسری را به‌صورت رابطه ۴ تعریف کرد. در رابطه ۳، u ورودی، a,b پارامترهای شخصیتی و مرتبه معادله است. y شادی فرد را در گذر زمان بیان می‌کند.

---

1. Nonlinear Output Regulation

$$\frac{d^3R}{dt^3}+\alpha\frac{d^2R}{dt^2}+\beta(1-R^2)\frac{dR}{dt}=F(t) \quad (۲)$$

$$\begin{cases}\dfrac{d^{\alpha}x}{dt^{\alpha}}=y\\ \dfrac{d^{\alpha}y}{dt^{\alpha}}=z\\ \dfrac{d^{\alpha}z}{dt^{\alpha}}=-x-b(1-x^2)y-az+u(t)\end{cases} \quad (۳)$$

$$\begin{aligned}&{}^{C}D_t^{\alpha}f(t)=\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\int_0^t(t-\tau)^{-\alpha}\frac{d}{d\tau}f(\tau)d\tau,0<\alpha<1,0<t\\ &\Gamma(z)=\int_0^{\infty}e^{-u}u^{z-1}du\end{aligned} \quad (۴)$$

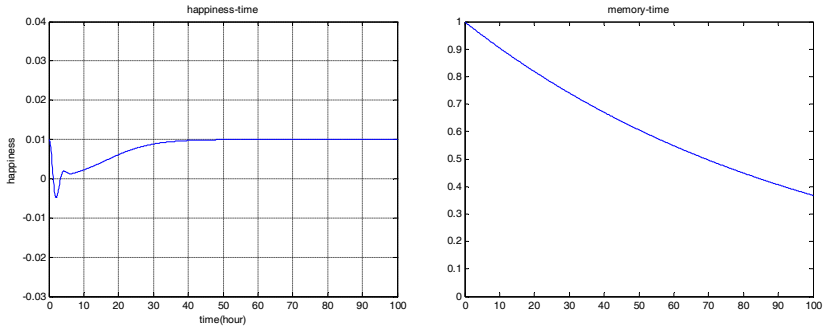
لی‌سانگ نیز مانند اسپرات مدلش را با ورودیهای مدل کننده دنیای خارج آزمود و قابلیتها و ظرفیتهای آن را در توجیه پدیده‌های دنیای واقعی گزارش کرد[۵۵]. اما با توجه به تعمیم‌هایی که برای مشتق مرتبه ناصحیح وجود دارد، می‌توان پدیده‌های دیگری را که عموماً به اثر حافظه مربوط هستند، توصیف کرد. مثلاً اگر تعریف رابطه ۵ را در نظر بگیریم[۵۶]، می‌توان اثر کاهش تدریجی یا زوال ناگهانی حافظه را در شادی فرد بیان کرد.

$$\begin{aligned}&{}^{C}D_t^{\alpha(t)}f(t)=\frac{1}{\Gamma(1-\alpha(t))}\int_0^t(t-\tau)^{-\alpha(t)}\frac{d}{d\tau}f(\tau)d\tau,0<t\\ &\forall t>0,0<\alpha(t)\le 1\end{aligned} \quad (۵)$$

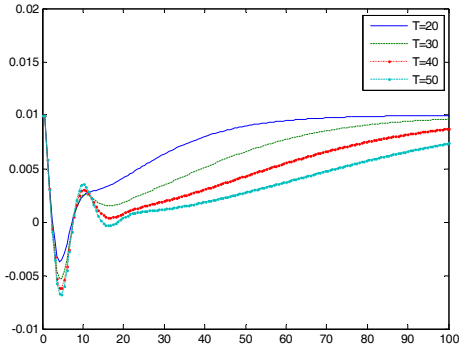
شکل ۳ تابع شادی زمان فرد را در شرایطی که تأثیر گذشته در ذهن او به‌تدریج به صفر برسد، نشان می‌دهد. شکل ۴ نشان می‌دهد که نرخ کاهش حافظه چه تأثیری بر تابع شادی زمان دارد. شکل ۵ نیز اثر از دست دادن ناگهانی حافظه را در تابع شادی زمان نشان می‌دهد. می‌بینیم که این شبیه‌سازیها از جنبه‌های زیر با دنیای واقعی مطابق است:

- حافظه به طور نمایی با نرخ منفی‌ای کم می‌شود. رویداد رفته رفته فراموش می‌شود و شخص به شادی عمومی‌اش بر می‌گردد؛
- هر چه نرخ کاهش حافظه بیشتر باشد، رویداد محرک سریع‌تر فراموش می‌شود و شخص سریع‌تر به مقدار عمومی شادی همگرا خواهد رسید؛
- وقتی حافظه افت لحظه‌ای دارد، بلافاصله شخص به مقدار عمومی شادی‌اش که در روانپزشکی Mood نامیده می‌شود، می‌رسد و نیز اثر محرک بعد از از دست رفتن حافظه دیده نمی‌شود؛

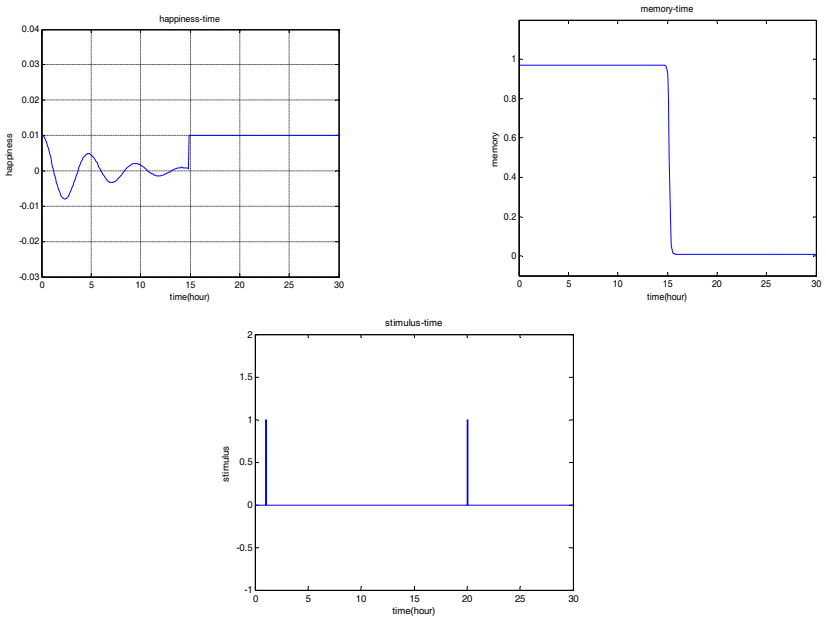
بدین ترتیب، می‌بینیم که مدل مرتبه ناصحیح با توجه به انعطاف و قابلیتهایی که دارد، توانایی توجیه پدیده‌های بیشتری را در اختیار قرار می‌دهد. به‌طور خاص، این درجه آزادی در توصیف اثر حافظه بسیار کاراست.



شکل۳: اثر فراموش کردن تدریجی یک رویداد، راست: تابع مرتبه- زمان (کاهش نمایی مرتبه با زمان)، چپ: تابع شادی زمان و اثر کاهش تأثیر از گذشته



شکل ۴: اثر نرخ کاهش حافظه روی تابع شادی – زمان $\alpha(t) = e^{-t/T}$

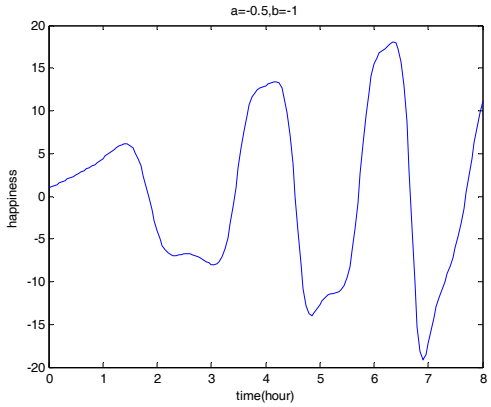


شکل ۵: اثر زوال ناگهانی حافظه

راست: تابع مرتبه- زمان (کاهش نمایی مرتبه با زمان)، وسط: محرک (یکی قبل از از دست رفتن حافظه و دیگری پس از آن اعمال شده‌است.)،چپ: تابع شادی زمان و اثر کاهش تأثیر از گذشته

کنترل به عنوان درمان

رفتار نابهنجار در تابع شادی زمان، برای مثال ناپایداری یا نوسانات زیاد، می‌تواند وجود بیماری را نشان دهد. مثلاً شکل ۶ می‌تواند نشان‌دهنده بیماری‌ای به نام عارضه دوقطبی باشد. درمان با دارو می‌تواند با ادبیات کنترل بیان شود. چون دارو ورودی سیستم توصیف کننده شادی انسان است، با طراحی صحیح این ورودی که معادل با معرفی الگوی مناسبی برای مصرف داروست، می‌توان به درمان مبادرت کرد. از آنجا که راهکارهایی که برای درمان به‌کار می‌رود بر حسب مورد متفاوت است، روشهای کنترلی که در این راه مفید به نظر می‌آیند نیز متنوع هستند. در این بخش سه رویکرد مختلف مبتنی بر کنترل بهینه که می‌توانند در مواجهه با سه وضعیت مختلف فرد بیمار به‌کار روند، بررسی شده است.



شکل ۶: عارضه دوقطبی

درمان با کمترین هزینه دارو

در این بخش هدف آن است که ضمن اینکه میزان دارو کمینه باشد، انحراف شادی فرد از تعادل نیز در کمترین میزان قرار گیرد؛ به عبارت بهتر، مصالحه‌ای بین میزان داروی مصرفی و انحرافات شادی از مقدار صفر داشته باشیم. مدل را مدل لی سانگ در نظر می‌گیریم و برای معادلات ۲ تابع هزینه‌ای مثل رابطه ۶ تعریف می‌کنیم:

$$J = \frac{1}{2}\int_0^T (y^2 + u^2)dt \qquad (۶)$$

از ادبیات کنترل بهینه افق محدود مرتبه کسری می‌دانیم که معادلات رابطه ۸ ورودی بهینه را برای کمینه کردن تابع هزینه ۷ در حضور قید دینامیکی مهیا می‌سازد[۵۸].

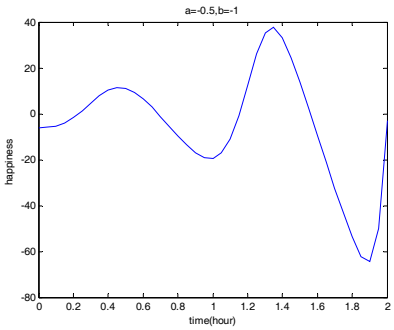
$$^{C}D_t^{\alpha} x(t) = f(x,u), x(0) = x_0$$
$$J = \int_0^T g(x,u)dt \qquad (۷)$$

$$^{C}D_t^{\alpha} x^* = f(x^*,u^*), x^*(0) = x_0 \qquad (۸)$$

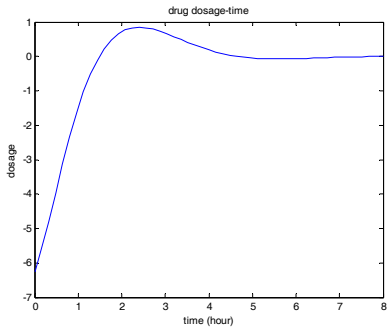
$$^{C}_{t}D^{\alpha}\lambda^* = \left(\frac{\partial g}{\partial x^*}\right)^T + \frac{\partial f}{\partial x^*}^T \lambda^*, \lambda^*(T) = 0$$

$$\frac{\partial g}{\partial u^*} + \frac{\partial f}{\partial u^*}^T \lambda^* = 0$$

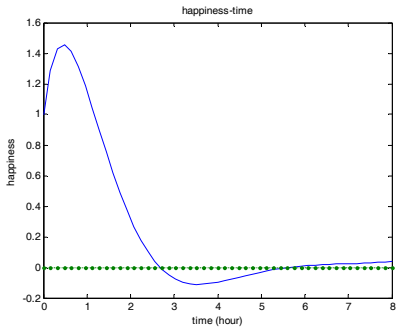
شکل ۷ تابع شادی زمان را برای بیماری بدون در نظر گرفتن ورودی (بدون مصرف دارو) نشان می‌دهد. رفتار نابهنجار مبین بیماری است. رابطه ۸ را برای سیستم ۲ در نظر می‌گیریم و شبیه‌سازی را انجام می‌دهیم. شکلهای ۸ و ۹ پاسخ حلقه بسته و ورودی را نشان می‌دهد. رفتار بهنجار فرد نشان‌دهنده مناسب بودن روش است.



شکل ۸: الگوی بهینه مصرف دارو



شکل ۷: رفتار فرد بدون مصرف دارو



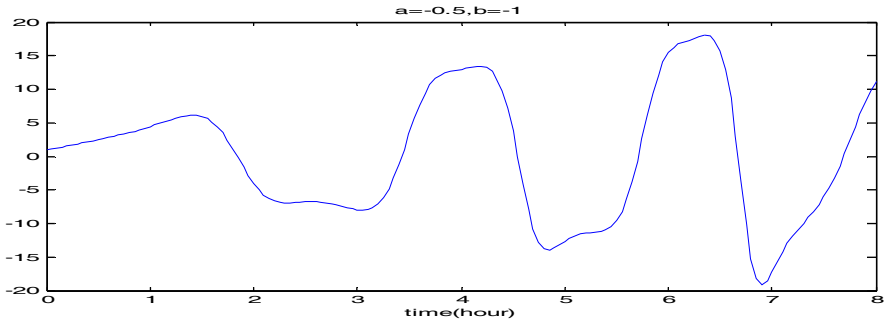
شکل ۹: شادی پس از مصرف دارو

درمان در کمترین زمان

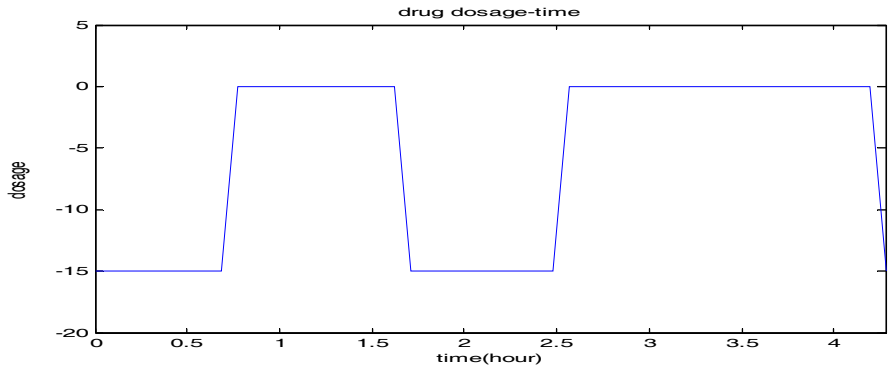
در برخی موارد به علت وضعیت وخیم بیمار، برای جلوگیری از عوارض ناشی از نوسانات، شادی باید در کمترین زمان فرد را به تعادل رساند. ادبیات کنترل کمترین زمان برای سیستم مرتبه کسری به‌صورت رابطه ۹ است[۵۹]. شایان ذکر است که چون کنترل کمترین زمان معمولاً به ورودی کنترلی دو مقداره منتهی می‌شود، این روش بسیار با دنیای پزشکی تطابق دارد، چرا که می‌توان مقدار حد پایین ورودی را صفر و حد بالا را بیشینه مقدار مجاز دارو در نظر گرفت. این رابطه را برای $u_{\max}=15, u_{\min}=0$ روی سیستم توصیف‌گر فردی که بدون مصرف دارو رفتارش در شکل ۱۰

رسم شده است، اعمال می‌کنیم. ورودی دارو و تابع شادی پس از مصرف دارو در شکلهای ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده است.

$$
\begin{aligned}
&{}^{C}D_t^{\alpha}x^* = f(x^*,u^*), x^*(0)=x_0, x^*(0)=x_f \\
&H(x^*,u^*,\lambda^*) = 1+\lambda^{*T} f(x^*,u^*) \\
&{}_t^{C}D^{\alpha}\lambda^* = \frac{\partial H(x^*,u^*,\lambda^*)}{\partial x^*} \\
&{}^{C}D_t^{\alpha}x^* = \frac{\partial H(x^*,u^*,\lambda^*)}{\partial \lambda^*} \\
&\frac{\partial H(x^*,u^*,\lambda^*)}{\partial u^*} = 0 \\
&H(x^*(T),u^*(T),\lambda^*(T)) = 0 \\
&x^*(0)=x_0, x^*(T)=x_f
\end{aligned}
\qquad (۱۰)
$$



شکل ۱۰: رفتار فردی بیمار بدون مصرف دارو



شکل ۱۱: ورودی کنترلی کمترین زمان

شکل ۱۲: رفتار فرد پس از مصرف دارو

دیدیم که دینامیک مرتبه ناصحیح به طریقی قادر به توصیف پدیده‌های مرتبط با رفتار عاطفی انسانهاست، به‌خصوص با توجه به تعمیم‌هایی که از ابزار تغییر مرتبه حاصل می‌شود، می‌تواند اثرهای گذشته؛ یعنی یادآوری و فراموش کردن را توصیف کند. همچنین، دیدیم که ادبیات کنترل با روشهای درمان مطابق است و می‌توان با استفاده از کنترل به روشی مناسب برای مصرف دارو دست یافت. البته، آنچه برای کنترل در این مطالعه ارائه شد، کامل نیست و می‌توان روشهای کنترلی دیگر مثل مقاوم و تطبیقی را بر روی سیستم اعمال کرد. شایان ذکر است که این روشها نیز قابل بیان بر اساس مطلوبیتهای روان‌پزشکی هستند.

به هر حال، امید است که این تحقیق دریچه‌ای را بگشاید برای آنکه محققان دنیای کنترل و پزشکان گروهی را برای تحقیق در زمینه مدلسازی دینامیک رفتار و نیز درمان بیماریهای روانی تشکیل دهند تا از ریاضیات بیش از این در بررسی رفتار انسانی استفاده شود.

۶. نتیجه گیری

دانش مهندسی کنترل نه تنها ابزاری سودمند برای تکامل محصولات و سیستم‌های امروزی است، بلکه فناوری بنیادینی برای تحقق افقهای پیش‌رو در حوزه‌های نوظهوری چون زیست ـ پزشکی، انرژیهای تجدیدپذیر، شبکه‌های قدرت هوشمند، اقتصاد و زیرساختهای مهم و حیاتی محسوب می‌شود. موفقیتهای به‌دست آمده در همکاریهای بین مهندسان کنترل و سایر رشته‌های نظری و کاربردی سبب شده است تا کنترل به رشته‌ای بنیادین برای مواجهه با چالشهای بین‌رشته‌ای تبدیل شود. در این مقاله تعدادی از افقهای تحقیقاتی پیش رو در خصوص ناحیه جذب و کاربردهای آن، رویکرد سیستم‌های یکنوا در کنترل سیستم‌های بیولوژیکی، طراحی کنترل‌کننده ناهمزمان‌ساز برای درمان برخی بیماریهای نرونی و کنترل بهینه سیستم‌های دینامیکی ناهم‌مرتبه و مرتبه متغیر کسری با کاربرد در سیستم‌های مدل کننده روحیات انسان معرفی شد. روشن است که موارد مطرح شده تنها بخش کوچکی از افقهای قابل حصول به کمک این دانش فرا رشته‌ای است. بررسیهای اجمالی صورت گرفته نشان می‌دهد که در شرایط کنونی که فناوری با سرعت زیادی در حال توسعه است، لازم است پژوهشهای بنیادی به‌گونه‌ای مناسب برای ارتقای سامانمند فناوریهای پیش‌رو حمایت شوند.

مراجع

1. Samad, T. and Annaswamy, A. M. (eds.) (2012), The impact of control technology, IEEE Control Systems Society, Available at: www.ieeecss.org.
2. National Academy of Engineering, Grand challenges for engineering [online], (2008), Available at: http://www.engineeringchallenges.org/.
3. European Commission, Interim evaluation of the seventh frame work program (FP7), (2010), Report of the expert group[online], 12 November, Available at: http://ec.europa.eu/research/evaluations/index_en.cfm?pg=fp7.
4. European Commission, Facing the future, EFP Brief No. 179 [Online], September (2010). Available at: http://www.foresight-platform.eu/category/foresight-briefs/time-horizon/.
5. Haykin, S. (1999), *Neural network, a comprehensive foundation*, Prentice Hall.
6. Cao, J. (2000), Estimation of the domain of attraction and the convergence rate of a hopfield associative memory and an application, *Journal of Computer and System Sciences*, Vol. 186, pp. 179-186.
7. Trost, N. and Bossel, H. (1989), Analysis of a parameter dependent tree growth model with non-differentiable right hand side, *Applied Mathematical Modeling*, Vol. 13, pp. 425–431.
8. Zhang, Y. and Fisher, M. E. (2010), Dynamics of the tug-of-war model for cellular transport' *Physical Review E*, Vol. 82, p. 11923.

9. Amato, F., Cosentino, C. and Merola, A. (2007), Estimation of the domain of attraction of equilibrium points for quadratic systems: application to tumor stability analysis, *American Control Conference*, 2007. ACC'07, IEEE, p. 5378–5383.
10. Do, K. D. and Seet, G. (2010), Motion control of a two-wheeled mobile vehicle with an inverted pendulum, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, pp. 1–29.
11. Albahkali, T., Mukherjee, R., and Das, T. (2008), An impulse-momentum approach to swing-up control of the pendubot, intelligent robots and systems, IROS 2008, *IEEE/RSJ International Conference on, IEEE*, 2008, pp. 3750–3755.
12. Rapoport, L. B. and Morozov, Y. V. (2008), Estimating the attraction domain of the invariant set in the problem of wheeled robot control, *Automation and Remote Control*, Vol. 69, pp. 1859-1872.
13. Yazdanpanah, M. J., K. Khorasani and Patel, R.V. (1999), On the estimation of the domain of validity of non-linear H8 control, *International Journal of Control*, Vol. 72.
14. Khalil, H. K. (2002), Nonlinear Systems, Prentice Hall.
15. Lu, L. and Lin, Z. (2010), A switching anti-windup design using multiple Lyapunov functions, *Automatic Control, IEEE Transactions*, Vol. 55, pp. 142–148.
16. Balint, S., Braescu, L. and Kaslik, E. (2009), Region of attraction and applications to control theor*y*, Cambridge Scientific Publishers.
۱۷. یغمایی، ابوالفضل (۱۳۹۰)، بررسی ناحیه جذب به منظور تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل غیرخطی، دانشگاه تهران، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه تهران.
18. Angeli, D., de Leenheer, P., and Sontag, E. D. (2005), On predator-prey systems and small-gain theorems, *Mathematical Biosciences and Engineerin*g, Vol. 2, pp. 25–42.
19. Angeli, D., Ferrell, J. E., Jr. and Sontag E. D. (2004), Detection of multi-stability, bifurcations, and hysteresis in a large class of biological positive-feedback systems, *Proceedings of the Nat. Acad. of Sciences*, 101:1822–1827.
20. Angeli D. and Sontag, E. D. (2003), Monotone controlled systems, *IEEE Transaction of Automatic Contr*ol, 48:1684–1698.
21. Angeli, D. and Sontag, E. D. (2004), Multistability in monotone input/output systems, *Systems and Control Letters*, Vol. 51, pp. 185–202.
22. Smith, H. L. (1995), Monotone dynamical systems: an introduction to the theory of competitive and cooperative systems, in mathematical surveys and monographs. providence, RI: *Amer. Math. So*c., Vol. 41
23. Enciso, G. A. and Sontag, E. D. (2006), Global attractivity, I/O monotone small-gain theorems, and biological delay systems, *Discrete and Continuous Dynamical Systems*, Vol. 14, No. 3, pp. 549-578.
24. Hirsch, M. (1988). Stability and convergence in strongly monotone dynamical systems, *Journal of Reine Angew. Math*., Vol. 383, pp. 1-53.
25. Maayan, A., Lipshtat, A., Iyengar, R., and Sontag, E. D. (2008), Proximity of intracellular regulatory networks to monotone systems, *IET System Biology*, Vol. 2, No. 3, pp. 103–112.
26. Scardovi L., Arcaky, M., and Sontag, E. D. (2010), Synchronization of interconnected systems with applications to biochemical networks: an input-output approach, *IEEE Transaction on Automatic Control*, 55:1367-1379.
27. Sontag, E. D. (2007), Monotone and near-monotone biochemical networks, *Systems and Synthetic Biology*, Vol. 1, pp. 59–87.

28. Pikovsky, A. S., Rosenblum, M. G., and Kurths J. (2001), *Synchronization: a universal concept in nonlinear science*. Cambridge University Press.
29. Rosenblum, M. G. and Pikovsky, A. S. (2004), Controlling Synchronization in an Ensemble of Globally Coupled Oscillators, *Physical Review Letters*, Vol. 92, No. 11.
30. Elson, R. C., Selverston, A. I., Huerta, R., Rulkov, N. F., Rabinovich, M. I. and Abarbanel, H. D. I. (1998), Synchrony behavior of two coupled biological neurons, *Physical Review Letters*, Vol. 81, No. 25.
31. Benabid, A. L., Pollak, P., Gervason, C., Hoffmann, D. and Gao, D. M. (1991), Longterm suppression of tremor by chronic stimulation of ventral intermediate thalamic nucleus, *Lancet*, Vol. 337, pp. 403-406.
32. Luo, M., Wu,Y. and Peng, J.(2009), Washout filter aided mean field feedback desynchronization in an ensemble of globally coupled neural oscillators, *Biological cybernetics*, Vol. 101, pp. 241-246.
33. Tass, P. A. and Hauptmann C. (2007), Therapeutic modulation of synaptic connectivity with desynchronizing brain stimulation, *International Journal of Psychophysiology*, Vol. 64, pp. 53-61.
34. Tukhlina, N. and Rosenblum, M. G. (2008), Feedback suppression of neural synchrony in two interacting populations by vanishing stimulation, *Journal of Biological Physics*, Vol. 34, pp. 301-314.
35. Tass, P. A. (1999*), Phase resetting in medicine and biology, stochastic modelling and data analysis*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
36. Tass, P. A. (2001), Effective desynchronization by means of double-pulse phase resetting, *Europhysics Letters*, Vol. 53, pp. 15-21.
37. Tass, P. A. (2001), Effective desynchronization with a resetting pulse train followed by a single pulse, *Europhysics Letters*, Vol. 55, pp. 171-177.
38. Tass, P. A. (2001), Desynchronizing double-pulse phase resetting and application to deep brain stimulation, *Biological Cybernetics*, Vol. 85, pp. 343-354.
39. Tass, P. A.(2002), Desynchronization of brain rhythms with soft phase-resetting techniques, *Biological Cybernetics*, Vol. 87, pp. 102-115.
40. Tass, P. A. (2002), Effective desynchronization with bipolar double-pulse stimulation, *Physical Review* E, Vol. 66, 036226-1-9.
41. Tass, P. A. (2002), Effective desynchronization with a stimulation technique based on soft phase resetting, *Europhysics Letters*, Vol. 57, pp. 164-170.
42. Tass, P. A. (2003), A model of desynchronizing deep brain stimulation with a demand-controlled coordinated reset of neural subpopulations, *Biological Cybernetics*, Vol. 89, pp. 81-88.
43. Popovych, O. V., Hauptmann, C. and Tass P. A. (2008), Impact of nonlinear delayed feedback on synchronized oscillators, *Journal of Biological Physics*, Vol. 34, pp. 367-379.
44. Hauptmann, C., Popovych, O. V. and Tass P. A. (2007), Demand-controlled desynchronization of oscillatory networks by means of a multisite delayed feedback stimulation, *Computing and Visualization in Science*, Vol. 10, pp. 71-78.
45. Popovych, O. V. and Tass P. A. (2010), Synchronization control of interacting oscillatory ensembles by mixed nonlinear delayed feedback, *Physical Review E*, Vol. 82, 026204-1-7.

46. Hauptmann, C., Popovych, O. V. and Tass, P. A. (2005), Delayed feedback control of synchronization in locally coupled neuronal networks, *Neurocomputing*, Vol. 65-66, pp. 759-767.
47. Popovych, O. V., Hauptmann, C. and Tass, P. A. (2006), Control of neuronal synchrony by nonlinear delayed feedback, *Biological Cybernetics*, Vol. 95, pp. 69–85.
48. Batista,C. A. S., Lopes, S. R., Viana, R. L. and Batista, A. M. (2010), Delayed feedback control of bursting synchronization in a scale-free neuronal network, *Neural Networks*, Vol. 23, pp. 114-124.
49. Tukhlina, N. and Rosenblum, M. G. (2008), Feedback suppression of neural synchrony in Two interacting populations by vanishing stimulation, *Journal of Biological Physics*, Vol. 34, pp. 301-314.
50. Rosenblum, M. G. and Pikovsky A. S. (2004), Delayed feedback control of collective synchrony: an approach to suppression of pathological brain rhythms, *Physical Review E*, Vol. 70, 041904-1-11.
51. Popovych, O. V., Hauptmann, C. and Tass, P. A. (2005), Effective desynchronization by nonlinear delayed feedback, *Physical Review Letters*, vol. 94, 164102.
52. Green, C. W. and Reid, D. H. (1996), Defining, validating, and increasing indices of happiness among people with profound multiple disabilities, *Journal of Applied Behavior Analysis,* Vol. 29, No. 1, pp. 67.
53. Sprott, J. (2005), Dynamical models of happiness, *Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences*, Vol. 9, No. 1, pp. 23-36.
54. Song, L., Xu, S. et al. (2010), Dynamical models of happiness with fractional order, C*ommunications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 15, No. 3, pp. 616-628.
55. Odzijewicz, T., Malinowska, A. B. et al. (2011), Fractional variational calculus of variable order, Arxiv preprint arXiv: 1110.4141.
56. Valério, D. and Sá da Costa, J. (2011), Variable-order fractional derivatives and their numerical approximations, *Signal Processing*, Vol. 91, No. 3, pp. 470-483.
57. Agrawal, O. P. (2008), A quadratic numerical scheme for fractional optimal control problems, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control,* 130: 011010.
58. Christophe, T. and Chen, Y. Q. (2010), Time-Optimal Control of Systems with Fractional Dynamics, *International Journal of Differential Equations*, 2010: ID 461048.