

معرفی چارچوبی برای شناسایی و تحلیل خطای دانشجویان مهندسی در حل معادلات دیفرانسیل: مدل تحلیل خطای بافت

یونس کریمی فردین پور^۱

چکیده: ریاضی در آموزش مهندسی جایگاه ویژه‌ای دارد. در این تحقیق ضمن بیان اهمیت توجه به آموزش مهندسی از بعد آموزش مدل‌سازی ریاضی، بر شناسایی و دسته‌بندی خطاهای دانشجویان در حل معادلات دیفرانسیل تأکید شده است. بدین منظور، برگه‌های امتحانی ۴۳ دانشجوی سال اول و دوم مهندسی که درس معادلات دیفرانسیل را در نیمسال دوم سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰ با محقق گرفته بودند، بررسی و خطاهای این دانشجویان در حل معادلات دیفرانسیل به‌عنوان یکی از عوامل افت تحصیلی ریاضی در این درس در نظر گرفته شده است. همچنین، مدل چهار مرحله‌ای شامل تشخیص (معادله دیفرانسیل)، فراخوانی (مناسب‌ترین راهبرد برای حل معادله دیفرانسیل)، اجرا (راهبرد فراخوانی شده) و بازنگری (راهبرد اجرایی) با عنوان **بافت** برای تحلیل خطا در حل معادلات دیفرانسیل معرفی شده است و به‌عنوان یک طرح شبه آزمایشی، پس از اینکه دانشجویان در معرض مدل تحلیل خطای بافت قرار گرفتند، عملکرد آنها در پس آزمون در مقایسه با پیش آزمون تحلیل شده است. درصد بروز خطا در تشخیص از ۴۴٪ به ۲۱٪ کاهش یافته در حالیکه درصد بروز خطا در فراخوانی از ۱۵٪ به ۲۵٪ افزایش یافته است. درصد بروز خطا در اجرا و بازنگری تغییر قابل توجهی نداشته‌اند.

واژه‌های کلیدی: کیفیت، آموزش ریاضی، دانشجویان مهندسی، معادلات دیفرانسیل، افت تحصیلی، تحلیل خطا، مدل بافت.

۱. گروه ریاضی، واحد اهر، دانشگاه آزاد اسلامی، اهر، ایران. Y-k-fardinpour@iau-ahar.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۴/۱۶)

(پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۳/۲۴)

۱. مقدمه

مهندسی بر ریاضی استوار است [۱]، چرا که در آموزش مهندسی بر مدلسازی ریاضی تأکید می‌شود [۲]. در حقیقت، مهندسی با بسیاری از حوزه‌ها نظیر علوم و ریاضی در ارتباط است. کایت^۱ بر اهمیت آموزش ریاضی در کیفیت آموزش مهندسی تأکید کرده است. او یادآور شده که تحقیقات کمی در آموزش ریاضیات دانشگاهی انجام شده است، به‌خصوص تحقیق در زمینه آموزش معادلات دیفرانسیل برای دانشجویان مهندسی بسیار کمیاب است [۳]. بنابراین، لازم است تحقیقاتی در زمینه کیفیت و نوآوری در نظام آموزش مهندسی از بعد آموزش ریاضی انجام بگیرد تا نقاط قوت و کاستی آن مشخص شود.

آموزش مهندسی در کشور ایران در کنار نقاط قوتی که دارد، کاستیهای متعددی نیز دارد [۴]. برای پرداختن به کاستیها بحث کیفیت آموزش مهندسی مطرح شده است. محققان معتقدند هر چند با افزایش تعداد دانشجویان در رشته‌های مهندسی دستیابی داوطلبان برای ورود به آموزش عالی تسهیل شده است، اما کیفیت نظام آموزش مهندسی مورد تردید است [۵]. در این بین با اینکه نهضت جهانی ارزشیابی آموزش مهندسی ملاکهای ارزشیابی کیفیت خود را از طرق انجمنها، نهادها و سازمانهای بین‌المللی همواره مورد بازنگری قرار می‌دهد تا خود را هرچه بهتر برای ورود به عرصه جدیدتری آماده کند، تنها ملاکی که تقریباً برای همیشه بر آن تأکید می‌شود، ریاضی و آموزش مناسب آن برای رشته‌های مهندسی است [۶]. کایت موفقیت تحصیلی دانشجویان را در درسهای تخصصی مهندسی وابسته به توانایی‌های آنها در دروس ریاضی دانسته است [۱]. بنابراین، موفقیت تحصیلی در دروس ریاضی به‌عنوان یک پیش‌نیاز برای موفقیت تحصیلی در دروس تخصصی رشته‌های مهندسی از اهمیت خاصی برخوردار است، چرا که اولاً، موفقیت تحصیلی یکی از مؤلفه‌های منزلت اجتماعی به‌شمار می‌رود و ثانیاً، تأثیر زیاد و مستقیمی بر جایگاه یک فرد در ساختار شغل و درآمد وی دارد [۷]. افت تحصیلی ریاضی می‌تواند مانع پیشرفت تحصیلی دانشجویان مهندسی باشد. در همین خصوص لیز^۲ معتقد است که دغدغه افت تحصیلی، دانشجویان را به‌طور نامطلوب تحت تأثیر قرار می‌دهد [۸]. در داخل کشور نیز در تحقیقی که در آن وضعیت پیشرفت تحصیلی دانشجویان یکی از نشانگرهای ارزیابی کیفیت گروه آموزش مهندسی مکانیک دانشگاه تربیت مدرس معرفی شده است، با اشاره به آمار بالای دانشجویان مشروطی، انصرافی و اخراجی، محقق خواستار اقدام عاجل برای حل این مشکل شده است [۳].

1. Khat
2. Lopes

افت تحصیلی، به‌عنوان یک مشکل آموزشی، باورهای دانشجویان را تحت تأثیر قرار می‌دهد. هانولا^۱ [۱۰] اشاره کرده است که باورهای دانشجویان درباره ریاضی معمولاً با نمره‌ای که در امتحان کسب می‌کنند، در ارتباط است. محقق نیز با یک دهه تجربه تدریس متوجه شده است که ناکامی دانشجویان مهندسی در دروس ریاضی از قبیل معادلات دیفرانسیل یکی از عوامل کاهش عزت نفس آنان برای مدلسازی ریاضی است؛ یعنی افت تحصیلی در دروس ریاضی عزت نفس دانشجویان مهندسی را تحت الشعاع قرار می‌دهد. این در حالی است که محقق دیگری [۱۱] ضعف عزت نفس را یکی از عوامل مؤثر در بحران دانشجویی دانسته است. در همین خصوص، اسمیت^۲ عبارت "بحران خاموش در آموزش عالی" را مطرح کرده و معتقد است که نظام آموزش عالی از نظر کیفیت دچار کمبود است. در نتیجه، دانشجویان با شکست تحصیلی مواجه می‌شوند و این شکست ناشی از ناتوانی آنها در یادگیری نیست، بلکه دلیل آن ناتوانی دانشگاه در آموزش آنهاست [۱۳].

شکست تحصیلی دانشجویان مهندسی می‌تواند نشان‌دهنده ناتوانی دانشگاه و بازدهی کم و کیفیت پایین نظام آموزش مهندسی باشد. البته، شکست تحصیلی در دروس ریاضی برای دانشجویان مهندسی جایگاه خاصی دارد، زیرا تصویری را که دانشجو از توانایی خود دارد، دگرگون می‌سازد و این دگرگونی در شخصیت در حال تکوین یک دانشجوی مهندسی که انتظار می‌رود با داشتن پایه قوی در ریاضی به مدلسازی بپردازد، آثاری نامطلوب بر جای می‌گذارد. این معضل چرا و چگونه شکل گرفته است؟ چرا دانشجویان نمی‌توانند از پس مواد و محتوای آموزشی درس معادلات دیفرانسیل بر آیند؟ چرا با اینکه به نظر می‌رسد دانشجویان توانایی‌های لازم را برای کسب موفقیت دارند، موفق نمی‌شوند؟ چه عواملی موجب افت تحصیلی دانشجویان در درس معادلات دیفرانسیل می‌شوند؟ آیا افت تحصیلی دانشجویان در درس معادلات دیفرانسیل فقط ناشی از ناتوانی آنها در یادگیری ریاضی است؟ آیا دانشجویان مفاهیم و الگوریتم‌های لازم را برای حل معادلات دیفرانسیل یاد می‌گیرند؟ به چه دلیل دانشجویان موفق نمی‌شوند یادگرفته‌های خود را در ارزشیابیها به منصفانه ظهور برسانند؟ خطاها چه نقشی در ارزشیابی حل معادلات دیفرانسیل دارند؟ چگونه می‌توان خطاها را در حل معادلات دیفرانسیل کاهش داد؟

۲. بیان مسئله

بسیاری از دانشجویان مهندسی افت تحصیلی در ریاضیات دانشگاهی مانند معادلات دیفرانسیل را تجربه می‌کنند. عوامل متعددی می‌تواند در افت تحصیلی دروس ریاضی دخالت داشته باشد. در این

پژوهش با محدود کردن حوزه تحقیق به برگه‌های امتحانی، افت تحصیلی دروس ریاضی از بعد خطاهایی که در حل معادلات دیفرانسیل وجود دارد، بررسی شده است. سؤال پژوهش این که دانشجویان در پاسخنامه امتحانی درس معادلات دیفرانسیل چه نوع خطاهایی مرتکب می‌شوند؟

افت تحصیلی دانشجویان مهندسی در دروس ریاضی، انگیزه محقق برای انجام دادن این طرح پژوهشی بود. یکی دیگر از انگیزه‌های اجرای این پژوهش، همان‌طور که بر آن تأکید شده است [۱۴]، اعتقاد به "مسئولیت‌پذیری خود دانشجو برای یادگیری" است؛ این بدان معناست که دانشجو برای نمره‌ای که در ارزشیابی کسب می‌کند، باید احساس مسئولیت کند. البته، محقق آگاه است که در خصوص کیفیت ارزشیابی‌های سنتی و کلاسیک ریاضی تحقیقات کمی انجام شده است، با این حال، دمتریچ^۱ [۱۵] خاطر نشان کرده است که بازخوردی که یک مدرس ریاضی می‌تواند از برگه‌های امتحانی دریافت کند، معمولاً نادیده گرفته می‌شود. او معتقد است در حالی که تجزیه و تحلیل برگه‌های امتحانی کار وقت‌گیری است، اما منافع آن به ارزش تلاش کردن می‌آرد، زیرا نتیجه‌اش ارتقای یادگیری دانشجو و فرایند آموزش است. پس می‌توان فرضیه تحقیق را به این شکل بیان کرد: آگاهی از خطاها در حل معادلات دیفرانسیل موجب کاهش خطاهاست.

یکی از دلایل موفق نبودن دانشجویان خطاهایی است که آنها در حل معادلات دیفرانسیل مرتکب می‌شوند. بنابراین، شناسایی، دسته‌بندی و معرفی این خطاها مفید است، زیرا آگاهی دانشجویان از خطاهایشان به معنای آگاهی آنها از یکی از عوامل افت تحصیلی آنهاست. از نظر شورای ملی معلمان ریاضی امریکا^۲ شناسایی خطاها و بازخورد مناسب به آنها یکی از وظایف اصلی معلمان ریاضی است [۱۶]. به نقل از جی - ونسن^۳ خطاها تسریع کننده یادگیری ریاضی هستند [۱۷]. شورای ملی معلمان ریاضی امریکا تأکید کرده است که خطاها نه تنها بن‌بست^۴ یادگیری ریاضی نیستند، بلکه مسیری بالقوه برای یادگیری آن هستند.

۳. چارچوب نظری

با شروع هزاره سوم تحقیقات در خصوص آموزش معادلات دیفرانسیل با هدف آموزش مهارتها^۵ و صلاحیتهای^۶ مدل‌سازی به یکی از موضوعات مورد علاقه محققان تبدیل شده است [۱۸]. فرآیند مدل‌سازی در سه گام انجام می‌گیرد: در گام اول با صورت‌بندی (فرمول بندی)، مسئله از دنیای واقعی

-
1. Dimitric
 2. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
 3. Ji-Won Son
 4. Dead Ends
 5. Skills
 6. Competencies

وارد دنیای ریاضی می‌شود. در گام دوم مسئله در دنیای ریاضی حل می‌شود. در گام آخر جوابی که در دنیای ریاضی به دست آمده است، برای دنیای واقعی تفسیر می‌شود [۱۹]. در گام اول بسیاری از مسئله‌های دنیای واقعی وقتی صورت‌بندی (فرمول بندی) می‌شوند، به معادلات دیفرانسیل منتهی می‌شوند [۲۰]. از این رو، یکی از اهداف اساسی آموزش معادلات دیفرانسیل توانمندسازی دانشجویان علوم مهندسی در به‌کارگیری ریاضی در صنعت یا همان مدل‌سازی عنوان می‌شود.

طبیعت مهندسی مدل‌سازی است و هدف نهایی آموزش معادلات دیفرانسیل برای دانشجویان مهندسی آموزش مدل‌سازی است [۲۱]. بنابراین، آموزش مدل‌سازی مبتنی بر مهارت‌ها و صلاحیت‌های آموخته شده از طریق آموزش‌شهایی است که انتظار می‌رود در کتابها و کلاس درس معادلات دیفرانسیل ظاهر شوند [۲۲، ۲۳ و ۲۴]. با هدف آموزش مهارت‌ها و صلاحیت‌های مدل‌سازی، رویکردهای متفاوت برای آموزش معادلات دیفرانسیل معرفی شده‌اند [۱۸] که می‌توان این رویکردها را در سه طبقه جای داد: ۱. رویکرد سنتی که روش تحلیلی^۱ یا روش جبری^۲ نامیده می‌شود. رویکرد سنتی همان آموزش معادلات دیفرانسیل کلاسیک است؛ ۲. رویکرد عددی^۳ با ظهور ماشین حساب و نرم‌افزارهای محاسباتی مطرح شده است؛ ۳. جدیدترین رویکرد کیفی^۴، گرافیکی^۵ یا هندسی^۶ نامیده می‌شود که در این رویکرد بدون حل جبری یا عددی، رفتار کیفی یک معادله دیفرانسیل همچون سیستم‌های دینامیکی تحلیل می‌شود. در سال ۲۰۰۱ راسموسن^۷، یکی از پیشگامان آموزش معادلات دیفرانسیل در جهان، برای تفسیر خطاها و بدفهمی‌ها، مصاحبه‌هایی با دانشجویان علوم و مهندسی انجام داد و سعی کرد این سه رویکرد را همزمان برای تحلیل خطاها مورد توجه قرار دهد [۲۵].

تحقیقاتی نیز بعدها انجام شد که به‌طور مشخص در آنها رویکرد جبری دنبال می‌شد. برای مثال، ارسال^۸ [۱۸ و ۲۶] برگه‌های امتحانی ۷۷ دانشجوی علوم و مهندسی را بررسی و خطاهای دانشجویان در حل معادلات دیفرانسیل را در چهار گروه طبقه‌بندی کرده است: ۱. راه حل جبری؛ ۲. منحنیهای جواب؛ ۳. تفسیر گرافیکی یک معادله دیفرانسیل؛ ۴. رابطه بین جواب خصوصی و جواب عمومی یک معادله دیفرانسیل. وی با دسته‌بندی خطاها نتیجه گرفت که ممکن است دانشجویان بدون درک مفهومی یک معادله دیفرانسیل که در واقع، همان توانایی مدل‌سازی است، خود را موفق نشان دهند. در واقع، ارسال هشدار داده است که با روشهای سنتی آموزش معادلات دیفرانسیل ممکن است

-
1. Analytical
 2. Algebraical
 3. Numerical
 4. Qualitative
 5. Graphical
 6. Geometry
 7. Rasmussen
 8. Arsalan

دانشجویان موفق به نظر برسند، در حالی که این موفقیت ممکن است بدون درک مفهومی معادلات دیفرانسیل برای مدلسازی ریاضی حاصل شده باشد. ارسال بر لزوم استفاده از روشهای نوین آموزش معادلات دیفرانسیل برای دانشجویان مهندسی تأکید دارد.

در همین خصوص کوماچو^۱ و همکاران [۲۷، ۲۸ و ۲۹] پاسخنامه‌های ۲۱ دانشجوی علوم و مهندسی را مطالعه کردند. آنها خطاهای دانشجویان را به هشت صورت دسته‌بندی کرده‌اند: ۱. ندانستن الگوریتمهای حل؛ ۲. بلد بودن الگوریتمهای حل، اما ندانستن چگونگی و زمان مناسب کاربرد الگوریتمها؛ ۳. انتگرال‌گیری نادرست؛ ۴. مشتق‌گیری نادرست؛ ۵. مشتق‌گیری درست، اما ناتوان از به‌کارگیری درست؛ ۶. ساده کردن نادرست یک عبارت جبری؛ ۷. ناتوانی در بیان جواب عمومی یک معادله دیفرانسیل؛ ۸. خطا در تبدیل یک معادله دیفرانسیل از یک شکل به شکل دیگر. کوماچو و همکاران تأکید کردند که برای رسیدن به مهارتها و صلاحیتهای مدلسازی باید به خطاهای دانشجویان در حل معادلات دیفرانسیل پرداخته شود.

اخیراً ریچاذهری^۲ نیز با تحلیل خطاها دانشجویان علوم و مهندسی را بر اساس نوع خطاهایی که مرتکب شده‌اند، به سه گروه یادگیرنده‌ها^۳، یادگیرنده‌های پتانسیل‌دار^۴ و یادگیرنده‌های دروغین^۵ طبقه‌بندی و تلاش کرده است تا با استعانت از فلسفه ساخت و سازگرایی^۶ و به کمک تحلیل خطا، به نظریه پردازی برای تفسیر فرایند یادگیری حل معادلات دیفرانسیل اقدام کند [۳۰].

از دیگر نظریه‌های مطرح شده در تفسیر فرایند یادگیری می‌توان به چارچوب نیومن برای تحلیل خطاها^۷ اشاره کرد که ترنس^۸ [۳۱] از این چارچوب برای تحلیل مهارتها و صلاحیتهای مدلسازی دانشجویان مهندسی در حل معادلات دیفرانسیل استفاده کرده است. در این تحقیق مهارتها و صلاحیتهای مدلسازی از قبیل: خواندن^۹ مسئله، درک^{۱۰} مسئله، انتقال^{۱۱} یا بازنمایی ریاضی مسئله، مهارت حل^{۱۲} ریاضی و بازترجمه^{۱۳} ارزیابی شده است.

-
1. Comacho
 2. Raychaudhuri
 3. Learners
 4. Potential Learners
 5. Pseudo Learners
 6. Constructivism
 7. Newman's Framework of Error Analysis
 8. Trance
 9. Reading
 10. Comprehension
 11. Transformation
 12. Process Skills
 13. Encoding

از پیشینه پژوهشی یادشده واضح است که تحلیل خطا در حل معادلات دیفرانسیل از آنجا که توانایی حل معادلات دیفرانسیل یکی از مراحل مدلسازی است، اهمیت ویژه‌ای برای نظام آموزش مهندسی دارد. با همین هدف سانچز^۱ درباره نمونه‌ای از ۱۸ دانشجوی مهندسی در دانشگاه دولتی اسپانیا مطالعه کرده است [۳۹]. وی یادآور می‌شود که باید این واقعیت را پذیرفت که دانشجویان مهندسی در گام دوم مدلسازی، هنگام حل مسئله در دنیای ریاضی، به‌خصوص هنگام حل معادلات دیفرانسیل مرتکب خطا می‌شوند. به باور او تحلیل آن خطاها منبع با ارزشی از اطلاعات مهم آموزشی است. وی سؤال پژوهشی خود را بدین صورت بیان کرده است: آیا ادامه کاربست روش تدریس بر پایه تحلیل خطای دانشجویان در مطالعه معادلات دیفرانسیل عملکرد آکادمیک آنها را بهبود خواهد بخشید؟ این تحقیق با گروه آزمایش و کنترل انجام شده است. بر پایه نتایج به‌دست آمده از مقایسه پیش آزمون و پس آزمون، سانچز نتیجه گرفته است که با کاربست مداوم روش تحلیل خطا، عملکرد آکادمیک دانشجویان در مقایسه با روشهای سنتی آموزش معادلات دیفرانسیل بهبود پیدا می‌کند. سانچز مدلی برای تحلیل خطا ارائه نکرده است. بنابراین، با هدف کاربردی کردن آموزش مهارت‌ها و صلاحیتهای مربوط به فرایند مدلسازی ارائه یک مدل تحلیلی برای توصیف خطاها در حل معادلات دیفرانسیل لازم است.

۴. روش تحقیق

این تحقیق از نظر هدف کاربردی و از نظر نحوه گردآوری داده‌ها توصیفی - تحلیلی بود. جامعه آماری مورد مطالعه برگه‌های امتحانی ۴۳ دانشجوی مهندسی بود. داده‌ها با کدگذاری و بر اساس مدل تحلیل خطای بافت جمع‌آوری شدند. برگه‌های امتحانی ۴۳ دانشجوی سال اول و دوم مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهر، که درس معادلات دیفرانسیل را در نیمسال دوم سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰ با محقق گرفته بودند، بررسی شده است. خطاهایی که موجب از دست رفتن نمره شده بودند، شناسایی و طبقه‌بندی شدند. با توضیحات و مثالهای مستند، به‌عنوان مداخله آموزشی، بازخورد این خطاها و تأثیر آنها در کاهش نمره پیش آزمون برای دانشجویان تشریح شد. از آنها خواسته شد تا به تأثیر این خطاها در افت تحصیلی توجه و به تلاش محقق برای شناسایی و رفع این خطاها کمک کنند. در همین خصوص، گفتمانهای ریاضی^۲ در کلاس برای شناسایی و رفع خطاها صورت گرفت. مشابه مدل حل مسئله جرج پولیا^۳، برای تحلیل خطا در حل معادلات دیفرانسیل، مدل چهار

1. Sanchez
2. Mathematical Communication
3. George Pólya

مرحله‌ای زیر با نام اختصاری **بافت** معرفی شد:

- تشخیص (معادله دیفرانسیل)؛
- فراخوانی (مناسب‌ترین راهبرد برای حل معادله دیفرانسیل)؛
- اجرا (راهبرد فراخوانی شده)؛
- بازنگری (راهبرد اجرا شده).

جدول ۱: مدل تحلیل خطای بافت شامل چهار مرحله تشخیص، فراخوانی، اجرا و بازنگری

تشخیص (معادله)	ت	بافت
فراخوانی (مناسب‌ترین راهبرد برای حل معادله)	ف	
اجرا (راهبرد فراخوانی شده)	ا	
بازنگری (راهبرد اجرا شده)	ب	

به‌عنوان یک طرح شبه آزمایشی^۱، پس از اینکه دانشجویان در معرض مدل تحلیل خطای بافت قرار گرفتند، عملکرد آنها در پس آزمون (امتحان پایان ترم) در مقایسه با پیش آزمون (امتحان میان ترم) تحلیل شد. طرح پس آزمون یک گروهی^۲ نشان داد که آگاهی از مدل بافت برای شناسایی و تحلیل خطا گامی به جلو در خصوص ایجاد زمینه‌ای تعاملی برای ارتقای کیفیت آموزش معادلات دیفرانسیل دانشجویان مهندسی با هدف کاهش افت تحصیلی است.

چون کنترل و دستکاری تمام متغیرهای تأثیرگذار در افت تحصیلی ریاضی مقدور نیست، طرح شبه آزمایشی با متغیر مستقل، آگاهی از خطاها و متغیر وابسته و کاهش خطاها روش مناسب تحقیقی تشخیص داده شد. طرح تحقیق پیش‌آزمون - پس‌آزمون یک کار گروهی است، چون گروه کنترل و گروه گواه یکسان و نتایج امتحان میان ترم (پیش آزمون) و پایان ترم (پس آزمون) معیار اصلی مقایسه هستند. ابزار سنجش در این تحقیق مدل بافت بود که برای اولین بار به‌عنوان چارچوب تحلیل خطا در حل معادلات دیفرانسیل معرفی می‌شد. چون این مدل دقیقاً برای شناسایی و دسته بندی خطاها طراحی شده است، ابزار سنجش روایی دارد. اما چون مدل بافت کاملاً به تجربه و نظر محقق وابسته است، پایایی ابزار سنجش کم خواهد بود؛ یعنی تکرار پذیری و کسب نتایج یکسان نه هدف تحقیق است و نه می‌تواند مورد انتظار باشد.

1. Quasi-experimental Design
2. Posttest Control Group Design

برنامه مداخله آموزشی در چهار جلسه ۹۰ دقیقه‌ای به شرح زیر انجام شد:

جلسه اول: جلب توجه دانشجویان به وجود خطاها در حل معادلات دیفرانسیل
پس از معرفی سه گام فرایند مدل‌سازی [۱۹]، درباره اهمیت و نقش حل معادلات دیفرانسیل در فرایند مدل‌سازی برای دانشجویان مهندسی بحث شد. سپس، با اشاره به وجود خطاها در پیش‌آزمون به افت تحصیلی در معادلات دیفرانسیل اشاره شد. راه‌های پیشنهادی برای کاهش خطا در حل معادلات دیفرانسیل مانند توجه بیشتر به دروس پایه ریاضی به‌عنوان پیش‌نیاز درس معادلات دیفرانسیل مورد بحث قرار گرفت.

جلسه دوم: ارائه نمونه خطاها در حل معادلات دیفرانسیل
ابتدا مطالب مطرح شده در جلسه اول مبنی بر اهمیت و نقش حل معادلات دیفرانسیل در فرایند مدل‌سازی و اشاره به وجود خطاها در حل معادلات دیفرانسیل مرور شد. سپس، با ارائه یک نمونه از برگه‌های پیش‌آزمون (بدون نام و مشخصات) به‌وسیله دیتا پروژکتور، از دانشجویان خواسته شد تا در خصوص خطاهای اتفاق افتاده در حل این معادله دیفرانسیل بحث کنند. با توجه به نظرهای متفاوت دانشجویان، درباره لزوم ارائه مدلی برای هماهنگی تحلیل خطا بحث شد.

جلسه سوم: معرفی مدل تحلیل خطای بافت
با جمع‌بندی بحث‌های جلسه دوم، مدل تحلیل خطای بافت معرفی و برای هر یک از خطاهای تشخیص، فراخوانی، اجرا و بازنگری مثال ارائه شد. سپس، با ارائه چند نمونه از برگه‌های پیش‌آزمون (بدون نام و مشخصات) از دانشجویان خواسته شد تا درباره تحلیل خطاها در این برگه‌ها بر اساس مدل بافت بحث کنند.

جلسه چهارم: نقش مدل تحلیل خطای بافت در کاهش خطاها
با مرور مطالب عنوان شده در سه جلسه قبل، از دانشجویان خواسته شد تا در خصوص نقش و کارایی مدل بافت در کاهش خطاها بحث کنند. در خصوص اهمیت تک تک مراحل مدل تحلیل خطای بافت و تأثیر آنها در ارزشیابی و افت تحصیلی نظرسنجی شد.

۵. نتایج تحقیق

خطاهای دانشجویان در حل معادلات دیفرانسیل یکی از عوامل افت تحصیلی است [۳۴ و ۳۹]. پس لازم است این خطاها شناسایی و دسته‌بندی شوند [۱۸، ۲۶، ۲۷، ۲۸ و ۲۹]. در ادامه برای شناخت خطاها، به تفکیک هر مرحله از مدل بافت، نمونه معرف^۱ ارائه شده است.

۵. ۱. مرحله اول: تشخیص معادله دیفرانسیل

ریاضیدانان برای معرفی معادلات دیفرانسیل دسته‌بندیهای خاصی دارند، چون هر دسته‌ای از معادلات دیفرانسیل روشهای خاصی برای حل دارد. معادلات دیفرانسیل معمولی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، مرتبه اول، مرتبه دوم، خطی و غیرخطی، همگن و ناهمگن، تفکیک پذیر، کامل مرتبه اول و دوم، برنولی و ریکاتی هر کدام روشهای حل مخصوص به خود را دارند. اگر دانشجویی در تشخیص معادله دیفرانسیل دچار خطا شود، در حل آن ناتوان خواهد بود. برای مثال، نوع معادله دیفرانسیل

$$(x^2 - 1)y'' + 2xy' - 2y = 0$$

باید درست تشخیص داده شود که نه «مرتبه دوم کامل» و نه «کوشی - اویلر مرتبه دوم» است. توضیحات بیشتر در پیوست ۳ ارائه شده است. معادله دیفرانسیل مذکور با معلوم شدن $y=x$ به عنوان یک جواب، با کاهش مرتبه و با استفاده از فرمول آبل حل شدنی است. نمونه دیگر، در برگه امتحانی ارائه شده در پیوست ۱ دانشجو خطای تشخیص را مرتکب شده است. با اینکه معادله دیفرانسیل مرتبه دوم است، دانشجو آن را مرتبه اول تشخیص داده و در نتیجه، تلاش برای حل معادله بدون نتیجه بوده است.

۵. ۲. مرحله دوم: فراخوانی مناسب‌ترین راه حل

در حل معادلات دیفرانسیل رسم بر این است که معادله دیفرانسیل را از شکلی به شکل دیگر که معادل هستند، تبدیل می‌کنند، بدین دلیل که بعضی از شکلهای معادله دیفرانسیل گاهی راحت تر و سریع تر از شکلهای دیگر حل می‌شوند. البته، یک دهه تجربه محقق به عنوان مدرس معادلات دیفرانسیل نشان داده است که این وضعیت نسبی است و از دانشجویی به دانشجوی دیگر متفاوت است؛ یعنی ممکن است یک شکل معادله دیفرانسیلی برای دانشجویی راحت به نظر برسد، در حالی که همان شکل برای دانشجوی دیگر مشکل باشد. به هر حال، توانایی تبدیل کردن معادله دیفرانسیل به شکلهای مترادف می‌تواند این امکان را برای دانشجو ایجاد کند که راه حل مناسب تر و سریع تری را برگزیند. برای مثال، از دانشجویان انتظار می‌رفت برای حل معادله دیفرانسیل

$$(x+y)dx + (x-1)dy = 0$$

آن را با تبدیل به معادله خطی مرتبه اول

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{(x-1)} = -\frac{x}{(x-1)}$$

به راحتی و در زمان کوتاهی پاسخ دهند، اما تحلیل پاسخهای دانشجویان نشان داد که فقط ۴۰٪ آنها موفق بودند؛ در حالی که ۲۰٪ با بررسی شرط کامل بودن

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

به حل معادله اقدام کرده بودند. حدود ۳۰٪ هم سعی کرده بودند با در نظر گرفتن معادله به شکل

$$(a_1x+b_1y+c_1)dx + (a_2x+b_2y+c_2)dy = 0$$

با به دست آوردن محل تلاقی و بدون در نظر گرفتن اعداد ثابت، معادله را حل کنند. اما این ۳۰٪ به همراه ۱۰٪ دیگر که به این سؤال پاسخ نداده بودند، عملاً از این سؤال نمره‌ای کسب نکردند، زیرا نتوانسته بودند راه حل مناسب را برای حل این معادله دیفرانسیل فراهوانی کنند و در نتیجه، تلاشهایشان بی نتیجه بود. در حقیقت، خطای فراهوانی مناسب‌ترین راه حل زمانی رخ می‌دهد که دانشجو توانایی فراهوانی راه‌حلی بجز اولین راه حل خطور کرده به ذهن نداشته باشد. در واقع، توانایی فراهوانی راه حل‌های متفاوت در حل یک معادله دیفرانسیل می‌تواند بسیار مفید باشد، به خصوص اگر اولین تلاش برای حل معادله دیفرانسیل قرین موفقیت نباشد.

۵.۳. مرحله سوم: اجرا

در مرحله سوم خطاها در چهار زیر دسته بازنویسی نادرست یک فرمول، انجام دادن عمل جبری نادرست، خطای مشتق‌گیری و خطای انتگرال‌گیری قرار می‌گیرند، مثلاً دانشجویی قصد داشته است معادله دیفرانسیل

$$y''+y = \sec(x) + \tan(x)$$

را به روش تغییر پارامتر حل کند، اما در همان ابتدا با بازنویسی نادرست

$$\frac{1}{\sin(x)}$$

به جای $\sec(x)$ تمام تلاشهایش را بی نتیجه کرده است. این یک بی‌دقتی است که هزینه آن از دست رفتن نمره و افت تحصیلی است. در موردی دیگر، اعمال شرط اولیه

$$y(2) = -\frac{2}{3}$$

۱۲۲ معرفی چارچوبی برای شناسایی و تحلیل خطای دانشجویان مهندسی در حل معادلات...

با محاسبه نادرست مقدار C موجب خطای عمل جبری نادرست شده بود. در پاسخنامه دیگری دانشجویی با مشتق‌گیری نادرست به شکل

$$\frac{\partial}{\partial y}(M) = \frac{\partial}{\partial y}(x+y) = x+1$$

برای معادله دیفرانسیل

$$(x+y)dx + (x-1)dy = 0$$

نتیجه گرفته بود که این معادله کامل نیست و بدین سبب، برای پیدا کردن عامل انتگرال‌ساز به بیراهه رفته بود.

بعضی از دانشجویان در مرحله اجرا با خطای انتگرال‌گیری متوقف شده و نتوانسته بودند انتگرال

$$\int \frac{1}{x^2(x^2-1)} dx$$

را به روش تجزیه کسرها در مراحل حل معادله دیفرانسیل

$$(x^2-1)y'' + 2xy' - 2y = 0$$

به‌دست آورند.

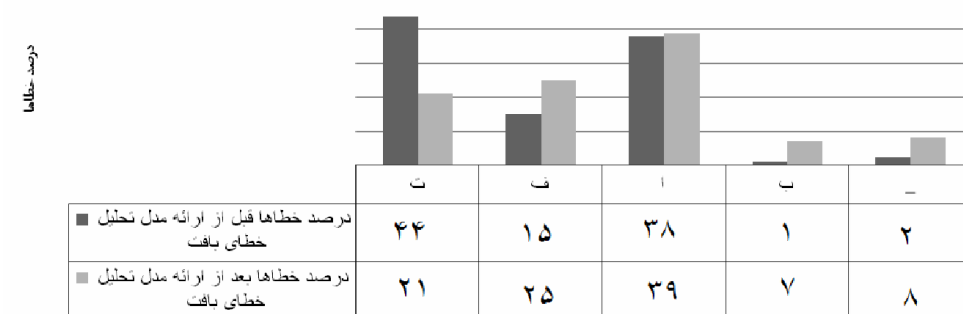
۵. ۴. مرحله چهارم: بازنگری

خطای بازنگری نوع دیگری از خطاهای موجود در برگه امتحانی دانشجویان در درس معادلات دیفرانسیل بود. شونفیلد^۱ از این خطا با عنوان فراشناخت^۲ کنترلی یاد می‌کند [۳۲]. بازنگری در واقع، یکی از راهبردهای حل مسئله است که جرج پولیا آن را در کتاب "چگونه مسئله ریاضی حل می‌شود" معرفی کرده است. اما به نظر می‌رسد دانشجویان به دوباره خوانی نوشته‌های خود در برگه امتحانی علاقه‌ای ندارند. آنها اهمیت بازنگری نوشته‌های خود را نمی‌دانند. برای مثال، در برگه امتحانی پیوست ۲، دانشجو بعد از اینکه عامل انتگرال‌ساز را به‌دست آورده است، آن را به معادله دیفرانسیل ضرب می‌کند تا کامل شود، اما کامل شدن آن را بررسی نمی‌کند. بنابراین، خطای بازنگری اتفاق افتاده است. اگر دانشجوی مذکور بعد از ضرب عامل انتگرال‌ساز، کامل شدن معادله دیفرانسیل حاصل را بررسی می‌کرد، متوجه می‌شد که عامل انتگرال‌ساز را درست محاسبه نکرده است. پس با

1. Schoenfeld
2. Metacognition

یک بازنگری بر آنچه نوشته بود، می توانست برای به دست آوردن عامل انتگرال ساز صحیح دوباره اقدام مناسب را انجام دهد.

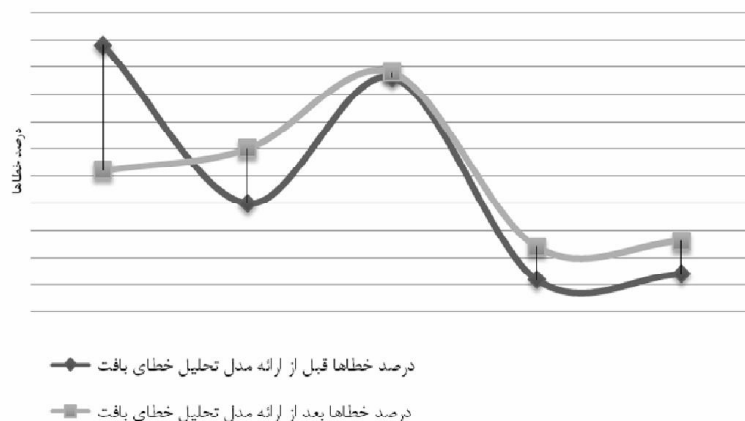
بنابراین، با توجه به توضیحات ارائه شده، می توان گفت که این تحقیق با معرفی مدل بافت، پاسخگوی سؤال پژوهشی در خصوص انواع خطاها در حل معادلات دیفرانسیل است. در ادامه در خصوص فرضیه پژوهشی مبنی بر کاهش خطاها با معرفی مدل بافت توضیح داده شده است. در نمودار ۱ درصد خطاهای دانشجویان در پیش آزمون و پس آزمون؛ یعنی قبل و بعد از ارائه مدل تحلیل خطای بافت قابل مشاهده است. در این نمودار خطای تشخیص با ۴۴ درصد بیشترین فراوانی را به خود اختصاص داده است. ۲ درصد قبل و ۸ درصد بعد از ارائه مدل تحلیل خطای بافت، خطاهایی هستند که به دلیل ناخوانا بودن حذف شدند و در چارچوب مدل تحلیل خطای بافت قرار نمی گیرند. در این نمودار انواع خطاها به صورت اختصاری "ب" برای خطای بازنگری، "ا" برای خطای اجرا، "ف" برای خطای فراخوانی و "ت" برای خطای تشخیص درج شده است.



نمودار ۱: نمودار ستونی مقایسه درصد خطاها در پیش آزمون و پس آزمون

۶. بحث و نتیجه گیری

با مقایسه درصد خطاهای اتفاق افتاده به تفکیک قبل و بعد از ارائه مدل تحلیل خطای بافت می توان این نتیجه را گرفت که درصد بروز خطا در تشخیص معادله دیفرانسیل، بعد از ارائه مدل تحلیل خطای بافت از ۴۴٪ به ۲۱٪ کاهش یافته است که این نتیجه با نتیجه تحقیق سانچز [۳۹] همسویی دارد. برعکس، درصد بروز خطا در فراخوانی مناسب ترین راه حل از ۱۵٪ به ۲۵٪ افزایش پیدا کرده است.



نمودار ۲: نمودار چندبر فراوانی مقایسه‌ای درصد خطاها در پیش آزمون و پس آزمون

با کاهش خطای تشخیص از ۴۴٪ به ۲۱٪ می‌توان نتیجه گرفت که با ارائه مدل تحلیل خطای بافت، توجه دانشجویان به مهم‌ترین خطا، که مهم‌ترین عامل از دست رفتن نمره در پیش آزمون بوده، جلب شده است. چون اگر دانشجویی نتواند معادله دیفرانسیل را به درستی تشخیص دهد، در همان ابتدای کار یا متوقف خواهد شد یا تلاش بیهوده‌ای را آغاز خواهد کرد که در آخر هیچ امتیازی برای وی نخواهد داشت. ارسال [۲۶] با ارائه مثالی از برگه امتحانی یک دانشجوی مهندسی که معادله دیفرانسیل تفکیک پذیر را به صورت

$$f(x,y)dx+g(x,y)dy=0$$

تعریف کرده است، به نقش پررنگ خطای تشخیص درست یک معادله دیفرانسیل در ارزشیابی تأکید کرده است.

در جلسه چهارم ارائه مدل تحلیل خطای بافت به عنوان برنامه مداخله آموزشی از دانشجویان در خصوص اولویت و اهمیت هر یک از مراحل چهارگانه مدل بافت و تأثیر آنها در ارزشیابی و افت تحصیلی نظرسنجی به عمل آمد. از نظر دانشجویان خطای تشخیص درست یک معادله دیفرانسیل تأثیرگذارترین عامل در ارزشیابی و افت تحصیلی عنوان شد. کوماچو و همکاران [۲۸] نیز همسو با مدل بافت، خطای ندانستن الگوریتم حل یک معادله دیفرانسیل را به عنوان اولین خطا معرفی کرده‌اند. این همسویی در بین مؤلفان کتابها نیز دیده می‌شود. به‌طور معمول مؤلفان نیز اولین گام در معرفی معادلات دیفرانسیل را به تشخیص درست یک معادله دیفرانسیل اختصاص می‌دهند، چون هر دسته‌ای از معادلات دیفرانسیل روشهای خاصی برای حل دارد. هر چند که انتخاب مناسب‌ترین راه حل موضوع دیگری در حل یک معادله دیفرانسیل است.

کوماچو و همکاران [۲۹] یکی از چالش‌های اساسی دانشجویان مهندسی در رویکرد جبری آموزش معادلات دیفرانسیل را انتخاب مناسب‌ترین راه حل برای یک معادله دیفرانسیل عنوان می‌کنند. بعد از تشخیص درست یک معادله دیفرانسیل گاهی لازم است که یک معادله دیفرانسیل از شکلی به شکل دیگر که معادل هستند، تبدیل شود. دلیل آن این است که بعضی از شکلهای معادله دیفرانسیل گاهی راحت‌تر و سریع‌تر از شکلهای دیگر حل می‌شوند. کوماچو و همکاران [۲۸] از خطای "تبدیل یک معادله دیفرانسیل از یک فرم به فرم دیگر" و خطای "بلد بودن الگوریتم‌های حل، اما ندانستن چگونگی و زمان مناسب کاربرد الگوریتم‌ها" یاد می‌کنند. تجمیع این دو خطا معادل خطای مرحله دوم بافت با عنوان «فراخوانی مناسب‌ترین راه حل» است.

در خصوص افزایش درصد بروز خطای فراخوانی مناسب‌ترین راه حل، مطابق نمودار ۲، می‌توان گفت تعداد دانشجویانی که قبل از ارائه مدل تحلیل خطای بافت با خطای تشخیص معادله دیفرانسیل در همان ابتدای کار متوقف می‌شدند، کاهش یافته است و در مقابل، تعداد دانشجویانی که بعد از ارائه مدل تحلیل خطای بافت از این مرحله عبور کرده و با خطای فراخوانی مناسب‌ترین راه حل دست به گریبان شده‌اند، افزایش یافته است؛ یعنی افزایش درصد بروز خطا در فراخوانی مناسب‌ترین راه حل از ۱۵٪ به ۲۵٪ و همزمانی آن با کاهش خطا در تشخیص از ۴۴٪ به ۲۱٪، نشانه عبور دانشجویان از خطا مرحله اول به خطای مرحله دوم است.

مطابق نمودار ۱ و ۲ تعداد خطاهای مرحله سوم پیش آزمون و پس آزمون تفاوتی نکرده است. در توجیه این اتفاق می‌توان گفت که در این تحقیق با مداخله آموزش کوتاه مدت که فقط چهار جلسه ۹۰ دقیقه‌ای بوده است، فرصت کافی برای پرداختن به خطاهای مرحله سوم و امکان اصلاح آنها نبوده است. کیفیت ارائه دروس پایه ریاضی، به‌عنوان پیش‌نیازهای درس معادلات دیفرانسیل، تأثیر بسزایی در کمیت خطاهای مرحله سوم دارد. مطالعه پیشینه پژوهشی همسو با نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که بعد از خطای تشخیص، خطای اجرا بیشترین فراوانی خطاها را به خود اختصاص می‌دهد. علاوه بر خطای مشتق‌گیری و خطای انتگرال‌گیری که به وفور در پیشینه پژوهشی بیان شده است، ریچادهری [۳۰] و ارسلان [۲۶] با اشاره به تعداد زیاد خطاها، خطای بازنویسی نادرست یک فرمول و خطای انجام دادن عمل جبری نادرست را نیز به‌عنوان نمونه‌ای از خطای اجرا به شرح زیر آورده‌اند.

دانشجویی پس از نوشتن معادله مشخصه به صورت

$$r^2 + r + 1 = 0$$

برای معادله دیفرانسیل مرتبه دوم خطی همگن با ضرایب ثابت $y'' + y' + y = 0$ جواب عمومی را با بازنویسی نادرست به صورت

$$c_1x - \frac{1}{2}\cos\left(\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)it\right) + c_2x - \frac{1}{2}\sin\left(\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)it\right)$$

بیان کرده است [۳۰].

دانشجویی در حل معادله دیفرانسیل مرتبه اول خطی همگن

$$(x^2+y^2)dx + 2xydy = 0$$

با خطای انجام دادن عمل جبری نادرست نوشته است: $x^2dx + 2xydy + y^2dy = 0$ [۲۶].

تعداد خطاهای مرحله چهارم نیز قبل و بعد از ارائه مدل تحلیل خطای بافت، تفاوت چندانی نشان نمی‌دهد [نمودار ۱ و ۲]. در توجیه این اتفاق نیز می‌توان گفت که فراشناخت کنترلی به آموزشهای طولانی مدت نیاز دارد که بهتر است از مدارس شروع شود. تجربه مدرس و بحثهای کلاسی در طول چهار جلسه ارائه مدل تحلیل خطای بافت حاکی از آن است که به‌طور معمول دانشجویان به دوباره خوانی نوشته‌های خود در برگه امتحانی علاقه‌ای ندارند. آنها معمولاً اهمیت بازنگری و مهندسی معکوس بر آنچه را نوشته‌اند، نمی‌دانند.

از چالشهای اصلی آموزش مهندسی در قرن بیست و یکم مهندسی معکوس و بهبود یادگیری فردی برشمرده شده است [۲]. در نظامهای نوین آموزشی مسئولیت یادگیری فردی بر عهده فراگیر گذاشته شده است [۱۴ و ۳۵]. آموزش مدلسازی و آموزش حل معادلات دیفرانسیل بر اساس نوع رفتار فردی یادگیری می‌تواند منحصر به فرد باشد. توجه به اولویتهای فردی گوناگون دانشجویان مهندسی و پیچیدگیهای یادگیری حل معادلات دیفرانسیل برای بهبود روش تدریس که موجب بهینه‌سازی یادگیری هر فرد بر پایه خطاهای خودش است، چالشی مشترک بین آموزش مهندسی و آموزش ریاضی است. این چالش با روشهای نوین آموزشی، که بین طبیعت مهندسی و قابلیت‌های ریاضی هماهنگی داشته باشد، بیان می‌شود. همان‌طور که ارسلان [۱۸ و ۲۶] بر لزوم استفاده از روشهای نوین آموزش معادلات دیفرانسیل برای دانشجویان مهندسی تأکید دارد، مدل تحلیل خطای بافت در مسیر فرایند مدلسازی که طبیعت مهندسی است و در چارچوب نظریه‌های نوین آموزش ریاضی که دانشجو - محور هستند، طراحی شده است تا کیفیت آموزش معادلات دیفرانسیل را برای دانشجویان مهندسی بهبود بخشد.

اخیراً علاقه‌مندی به کیفیت در آموزش عالی به‌طور چشمگیری افزایش یافته و در سطح بین‌المللی نیز تحقیقات آموزشی مورد توجه قرار گرفته است [۳۳]. بنابراین، همگام با توسعه کمی آموزش عالی، توجه به شاخصهای کیفی و روشهای نوین آموزش نیز ضروری است [۳۴]. یکی از شاخصهای مطرح شده در کیفیت آموزش مهندسی مهارتها و صلاحیتهای مدلسازی ریاضی است [۲]. شایستگیها و صلاحیتهای مربوط به حل معادلات دیفرانسیل زیربنای گام دوم فرایند مدلسازی ریاضی است. با

هدف ارتقای کیفیت، در روشهای نوین آموزش مهندسی باید بین محتوای آموزشی معادلات دیفرانسیل و پداگوژی فرایند مدلسازی تعادل برقرار کرد. دانش پداگوژیکی محتوا^۱ دانشی است که بین محتوا و پداگوژی تعادل برقرار می‌کند. مدل تحلیل خطای بافت بخشی از دانش پداگوژی محتوای معادلات دیفرانسیل است، چرا که مدل تحلیل خطای بافت به مدرسان ریاضی کمک می‌کند تا بدانند که دانشجویان مهندسی در یادگیری معادلات دیفرانسیل چه هدفی را دنبال می‌کنند و مشکلات یادگیری آنها در این درس چیست [۳۵].

درس معادلات دیفرانسیل، چه از نظر پیش‌نیاز بودن برای دروس تخصصی و چه از نظر کاربردی بودن در گام دوم فرایند مدلسازی، برای خیلی از دانشجویان رشته‌های فنی و مهندسی درسی تأثیرگذار در موفقیت تحصیلی است [۳۴]. اما خطاها در حل معادلات دیفرانسیل یکی از عوامل افت تحصیلی در این درس است. در روشهای نوین آموزشی، برای موفقیت تحصیلی، محققان بر اهمیت مباحثه در کلاسهای درس یادگیرنده - محور تأکید کرده‌اند [۳۶]. مدل بافت زمینه مناسبی برای مباحثه ریاضی در خصوص خطاهای دانشجویان در درس معادلات دیفرانسیل و محمل مناسبی برای تأکید بر محیط یادگیری فعال است. در محیط یادگیری فعال، زبان و تعامل اجتماعی در بسط، افزایش و بهبود مهارتها و صلاحیتها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است [۳۷]. علاقه‌مندان به آموزش مهندسی نیز همسو با متخصصان آموزش ریاضی دانشگاهی، بر آموزشهای دانشجوی - محور تأکید کرده‌اند تا از دلسردی دانشجویان و افت تحصیلی در درس معادلات دیفرانسیل، خطاها در حل معادلات دیفرانسیل است. در این مقاله برای تحلیل و بررسی این خطاها، مدل بافت شامل چهار مرحله تشخیص، فراخوانی، اجرا و بازنگری معرفی شد. با وجود محدودیتهای پژوهشی، ارائه مدل بافت یک نوآوری در آموزش معادلات دیفرانسیل برای دانشجویان مهندسی و در نتیجه، یک قدم به جلو برای بهبود کیفیت ارائه این درس در نظام آموزش مهندسی است.

از جمله محدودیتهای پژوهش حاضر می‌توان گفت که متغیرهای ناخواسته و مزاحم تأثیرگذار در ارزش‌یابی و افت تحصیلی در معادلات دیفرانسیل مانند شرایط اجتماعی و اقتصادی، شرایط فیزیولوژیک، روانی و عاطفی یادگیرندگان در این تحقیق قابل کنترل نبودند. اجرای تحقیق بر روی نمونه در دسترس بوده است. با توجه به جوان بودن رشته آموزش ریاضی در کشور ایران، نبود پیشینه بومی در آموزش ریاضی دانشگاهی احساس شده است. البته، نبود پیشینه قوی بین‌المللی نیز در خصوص خطاهای دانشجویان مهندسی در حل معادلات دیفرانسیل وجود دارد. در واقع، از سال ۲۰۰۰ میلادی تحقیقات در خصوص آموزش معادلات دیفرانسیل با هدف آموزش مهارتها و صلاحیتهای

مدلسازی ریاضی به یکی از موضوعات مورد علاقه محققان تبدیل شده است [۱۸]. بنابراین، تعداد مقالات مرتبط با آموزش معادلات دیفرانسیل از تعداد انگشتان دو دست نیز کمتر است. با توجه به غالب بودن رویکرد جبری در آموزش معادلات دیفرانسیل [۱۸ و ۲۶]، به عنوان یک رویکرد سنتی آموزش ریاضی دانشگاهی، رویکرد عددی و هندسی کمتر مورد توجه قرار گرفته است. بنابراین، پیشنهاد می‌شود در خصوص کاربری مدل بافت در تجمیع سه رویکرد جبری، عددی و هندسی مشابه [۲۵] پژوهش صورت گیرد. همچنین، پیشنهاد می‌شود درباره نظریه ریچادهری [۳۰] برای دسته‌بندی دانشجویان علوم مهندسی به یادگیرنده‌ها، یادگیرنده‌های پتانسیل‌دار و یادگیرنده‌های دروغین، با تلفیق مدل تحلیل خطای بافت تحقیق صورت گیرد. مدل بافت فقط برای گام دوم فرایند مدلسازی معرفی و ارزیابی شده است. پیشنهاد می‌شود مشابه مدل تحلیل خطای نیومن [۳۱] مدل بافت برای گام اول و گام سوم فرایند مدلسازی نیز بسط داده شود.

قدردانی و تشکر

با قدردانی و تشکر از معاونت پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهر، این مقاله مستخرج از طرح پژوهشی با عنوان "بررسی ارائه مدل تحلیل خطا و رابطه آن با پیشرفت تحصیلی دانشجویان رشته‌های فنی و مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهر در درس معادلات دیفرانسیل" است.

مراجع

1. Khiat, H. (2010), A Grounded theory approach: conceptions of understanding in engineering mathematics learning, *The Qualitative Report*, Vol. 15, No. 6, pp. 1459-1488.
۲. دوامی، پرویز و خدابخش، مریم (۱۳۸۹)، مهندسی چیست و مهندس کیست، *فصلنامه آموزش مهندسی ایران*، شماره ۴۵، صص. ۳۵-۵۵.
3. Araújo, A., Fernandes, A., Azevedo, A., and Rodrigues, J. F. (2010), Educational interfaces between mathematics and industry, *EIMI 2010 Conference, Proceedings, Lisbon, Portugal: Centro Internacional de Matemática*,
۴. معماریان، حسین (۱۳۹۰)، کاستیهای برنامه آموزش مهندسی ایران، *فصلنامه آموزش مهندسی ایران*، سال سیزدهم، شماره ۵۱، صص. ۷۴-۵۳.
۵. بازرگان، عباس (۱۳۸۸)، ظرفیت سازی برای تضمین کیفیت آموزش مهندسی در ایران: ضرورت ملی و فرصت سازی برای عرضه آموزش مهندسی فراملی، *فصلنامه آموزش مهندسی ایران*، سال یازدهم، شماره ۴۳، صص. ۳۸-۲۹.
۶. معماریان، حسین (۱۳۹۰)، نهضت جهانی ارزشیابی آموزش مهندسی، *فصلنامه آموزش مهندسی ایران*، سال سیزدهم، شماره ۵۰، صص. ۳۳-۱.

7. Khodaie, E. (2010), Effective factors on passing in national entrance exam in postgraduate level, *Quarterly Journal of Research and Planning in Higher Education*, Vol. 15, No. 6, pp. 19-34.
8. Lopes, M. C. and Fernandes, G. L. (2012), A comprehensive approach towards academic failure: the case of mathematics I in ISEG graduation, European education research conference education, Development and Freedom, Universidad of Cadiz.
۹. شهرکی پور، حسن، پرند، کورش و وقور کاشانی، مهدیه سادات (۱۳۸۹)، نقش ارزیابی درونی در بهبود کیفیت آموزش مهندسی رشته مهندسی مکانیک دانشگاه تربیت مدرس، فصلنامه آموزش مهندسی/ایران، سال دوازدهم، شماره ۴۵، صص. ۱-۳۳.
10. Hannula, M. S. (2009), The effect of achievement, gender and classroom context on upper secondary students' mathematical beliefs, *Proceedings of CERME 6*, Lyon, France.
11. Arshadkheradgari, M.R. (2002), Social factor affective on identity crisis among student of Islamic Azad University Tabriz Branch, Unpublished Dissertation, Islamic Azad University Tabriz Branch.
12. Soleimani, N. and Hassani, S. (2010), Identifying effective factors on students behavioral crisis and presenting some strategies for reducing them, *Quarterly Journal of Research and Planning in Higher Education*, Vol. 16, No. 1, pp. 1-17.
13. Smith, P. (2004), *A Tale of three revolutions? Science, society, and the university in: Higher Education Re-formed*, Falmer Press.
14. Barton, Bill. (2011), Designing alternative undergraduate delivery, *Proceedings of CERME 7*, Poland.
15. Dimitric, R. (2012), Using Students' tests to improve teaching and learning, pre-proceedings of *12th International Congress of Mathematics Education (ICME12)*, TSG2, pp. 1270- 1276.
16. NCTM. (2000), Principles and standards for school mathematics, National Council of Teachers of Mathematics.
17. Son, J.W. (2013), How preserve teachers interpret and respond to student errors: ratio and proportion in similar rectangles, educational studies in mathematics, *An International Journal*, Springer Science Business Media, Dordrecht.
18. Arslan, S. (2010), Traditional instruction of differential equations and conceptual learning, teaching mathematics and its applications, pp. 94-107.
19. Perrenet, J. and Zwaneveld, B. (2012), The many faces of the mathematical modeling cycle, *Journal of Mathematical Modeling and Application*, Vol. 1, No. 6, pp. 3-21.
20. Boyce, W. E., DiPrima, R. C. and Mitrea, D. (2010), *Elementary differential equations and boundary value problems, elementary differential equations and boundary value problems*, Wiley.
21. Goold, E. and Devitt, F. (2012), The role of mathematics in engineering practice and in the formation of engineers, *SEFI 40th Annual Conference, Mathematics and Engineering Education*.
22. Bahmaei, F. (2013), Mathematical modeling in university, advantages and challenges, *Journal of Mathematical Modelling and Application*, Vol. 1, No. 7, pp. 34-49.
23. Huang, C. H. (2011), Assessing the modelling competencies of engineering, *World Transactions on Engineering and Technology Education*, Vol. 9, No. 3, pp. 172-177.

24. Huang, C.H. (2012), Promoting engineering students' mathematical modeling competency, *SEFI40th Annual Conference, Mathematics and Engineering Education*.
25. Rasmussen, C. L. (2001), New directions in differential equations A framework for interpreting students' understandings and difficulties, *Journal of Mathematical Behavior*, pp. 55-87.
26. Arslan, S. (2010), Do students really understand what an ordinary differential equation is?, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Vol. 41, pp. 873-888.
27. Camacho, M., Perdomo, J. and Santos, M. (2009), Revisiting university students' knowledge that involves basic differential equation questions. *PNA*, Vol. 3, pp. 123-133.
28. Camacho, M., Perdomo, J. and Santos, M. (2012), An exploration of students' conceptual knowledge built in a first ordinary differential equations course (part I), *The Teaching of Mathematics*, Vol. xv, pp. 1-20.
29. Camacho, M., Perdomo, J. and Santos, M. (2012), An exploration of students' conceptual knowledge built in a first ordinary differential equations course (part II), *The Teaching of Mathematics*, Vol. xv, pp. 63-84.
30. Raychaudhuri, D. (2013), A framework to categorize students as learners based on their cognitive practices while learning differential equations and related concepts, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, pp. 1-18.
31. Trance, N., John C. (2013), Process inquiry: Analysis of oral problem-solving skills in mathematics of engineering students, *US-China Education Review A*, Vol. 3, pp. 73-82.
32. Schoenfeld, A.H. (1985), *Mathematical problem solving*, Orlando: FL, Academic Press.
33. Enayati, N. A. (2011), Evaluation of the quality of education services of Payam Noor University of Hamedan based on the SERVQUALmodel, *Quarterly Journal of Research and Planning in Higher Education*, Vol. 17, No. 3, pp. 135-151.
۳۴. کریمی فردین پور، یونس و گویا، زهرا(۱۳۹۱)، تحلیل خطا در آموزش درس معادلات دیفرانسیل، مجموعه مقالات ۴۳ امین کنفرانس ریاضی ایران، تبریز.
35. Krauss, S., Umert, J. and Blom, W. (2008), Secondary mathematics teachers pedagogical content knowledge and content knowledge validation of the COACTIV construts, *ZDM Mathematics Education*, Vol. 40, pp. 873-892.
۳۶. کریمی فردین پور، یونس و گویا، زهرا(۱۳۹۱)، بررسی گفتمان آموزش ریاضی در تعیین سازگاری و ناسازگاری یافته‌های پژوهشی با باورهای دبیران ریاضی در مسیر رشد حرفه‌ای، مجموعه مقالات ۱۲ امین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، سمنان.
۳۷. کریمی فردین پور، یونس(۱۳۸۷)، گفتمان ریاضی، مجموعه مقالات ۱۰ امین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، یزد.
۳۸. معماریان، حسین(۱۳۹۰)، روشهای نوین دانشجو محور در آموزش مهندسی، فصلنامه آموزش مهندسی ایران، سال سیزدهم، شماره ۵۲، صص. ۲۱-۱.
39. Sánchez, J. J. B. (2012), The analysis of errors in the solution of ordinary differential equations, *Proceedings in ARSA-Advanced Research in Scientific Areas*.

$(x^2-1)y'' + 2xy' - 2y = 0$

$(x^2-1)y'' + 2xy' - 2y = 0 \quad y'' + \frac{2x}{x^2-1}y' - \frac{2}{x^2-1}y = 0$

$y = e^{-\int p(x) dx} \left(\int q(x) e^{\int p(x) dx} dx + C \right)$

$y = e^{-\int \frac{2x}{x^2-1} dx} \left(\int \frac{2}{x^2-1} e^{\int \frac{2x}{x^2-1} dx} dx + C \right)$

$y = 2 \ln x (x^2-1) = 2 \ln x + C$

$y = 4 \ln x (x^2-1) + C$

۱/۶۵

معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم همگن با ضرایب غیر ثابت در حالت کلی به صورت

$$a_2(x)y''+a_1(x)y'+a_0(x)=0$$

است. این نوع معادلات دیفرانسیل در سه حالت خاص به شرح زیر قابل تشخیص هستند:

الف) اگر $a_2''(x)-a_1'(x)+a_0(x)=0$ باشد، آن را مرتبه دوم کامل می نامند.

ب) اگر به صورت $ax^2y''+bxy'+cy=0$ باشد که در آن a, b, c اعداد حقیقی

هستند، کوشی-اویلر مرتبه دوم نامیده می شود.

ج) برای $y''+P(x)y'+Q(x)y=0$ با معلوم شدن y_1 به عنوان یک جواب با

استفاده از فرمول آبل $y=c_1y_1+c_2y_2\int(1/y_1^2)e^{-\int P(x)dx}dx$ جواب عمومی به دست

می آید.

برای توضیحات تکمیلی به منبع [۲۰] مراجعه شود.